

ഗുണനിലവാരമുള്ള വിദ്യാഭ്യാസം  
കുട്ടികളുടെ അവകാശം

QEPR



**ഒരുകൈ 2011**

ഒരു തീവ്രപഠന പരിപാടി

ഗണിതശാസ്ത്രം

**പൊതുവിദ്യാഭ്യാസ വകുപ്പ്, കേരളം**



എം. എ. ബേബി  
വിദ്യാഭ്യാസ-സാംസ്കാരിക  
വകുപ്പുമന്ത്രി

ഫോൺ : 0471-2327759  
0471-2327561  
വസതി : 0471-2725671

E-mail : minister-education@kerala.gov.in

തിരുവനന്തപുരം



സന്ദേശം

21.12.2010

കേരളത്തിലെ സ്കൂൾ വിദ്യാഭ്യാസരംഗം നേരിടുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ ശാസ്ത്രീയമായി പഠിക്കുകയും അവ പരിഹരിക്കുന്നതിനുള്ള ക്രിയാത്മക പ്രവർത്തനങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുകയും ചെയ്യുക എന്ന ലക്ഷ്യത്തോടെ 2006-07 -ൽ ആരംഭിച്ച 'ഗുണമേന്മയുള്ള വിദ്യാഭ്യാസം കൃഷ്ടികളുടെ അവകാശം' (Quality Education Pupil's Right -QEPR) പദ്ധതി അഞ്ഞു വർഷം പൂർത്തിയാക്കുകയാണ്. പരിപാടികൾ ആവിഷ്കരിക്കാനെടുത്ത രീതിശാസ്ത്രത്തിന്റെ തനിമ നിമിത്തം ഈ പദ്ധതി ദേശീയതലത്തിൽ തന്നെ പ്രചരണ നേടിയെടുത്തിട്ടുണ്ട്. ലബ്ബി, ലൈബ്രറി സൗകര്യങ്ങൾ, പോഷകസമൃദ്ധമായ ഉച്ചഭക്ഷണം, കൃത്യമായി ആസൂത്രണം ചെയ്തു നടപ്പിലാക്കുന്ന പഠനപ്രവർത്തനങ്ങൾ, ഫലപ്രദമായ മോണിറ്ററിംഗ് എന്നിവയ്ക്ക് പിന്നോക്കാനിൽക്കുന്ന വിദ്യാലയങ്ങളെ അക്കാദമികമായി മെച്ചപ്പെടുത്തുവാൻ കഴിഞ്ഞ നാലു വർഷങ്ങളിലെ പ്രവർത്തനങ്ങളിലൂടെ കഴിഞ്ഞിട്ടുണ്ട്. കുട്ടിയായ പരിശ്രമങ്ങളിലൂടെ ലഭിച്ച നേട്ടങ്ങളെ സ്ഥായിയായി സ്ഥിരീകരിക്കുകയാണ് ഇനി ചെയ്യേണ്ടത്. ഈ ലക്ഷ്യം നേടിയെടുക്കുന്നതിനായി ആസൂത്രിതമായി ഈ വർഷവും റദ്ദേഹ പ്രവർത്തനങ്ങൾ ഏറ്റെടുക്കുകയാണ്. സ്കൂളുകളെ അക്കാദമികമായി കൂടുതൽ ഉയരങ്ങളിലെത്തിക്കാനുള്ള ഈ ശ്രമങ്ങൾക്ക് ആശംസകൾ നേരുന്നു.

വിജയാശംസകളോടെ,

എം.എ. ബേബി

**വിജയരഥത്തിലേറാൻ**

ഗുണമേന്മയുള്ള വിദ്യാഭ്യാസം കുട്ടികളുടെ അവകാശം (Quality Education Pupil's Right) പദ്ധതി അഞ്ചു വർഷം പൂർത്തിയാവുകയാണ്. കഴിഞ്ഞ നാല് വർഷങ്ങളിലായി നടത്തിയ നിരവധി പ്രവർത്തനങ്ങളിലൂടെ അക്കാദമികരംഗത്തും ഭൗതികരംഗത്തും വലിയ മുന്നേറ്റങ്ങൾ ഉണ്ടാകുവാൻ നമുക്ക് കഴിഞ്ഞിട്ടുണ്ട്. ഈ മുന്നേറ്റങ്ങൾക്ക് കൂടുതൽ കരുത്ത് പകരാൻ നമുക്ക് കഴിയണം. അതോടൊപ്പം മുൻവർഷങ്ങളിലുണ്ടായ പരിമിതികൾ മറികടക്കുകയും വേണം. ഈ ലക്ഷ്യത്തോടെ വിദ്യാലയവർഷത്തിന്റെ തുടക്കം മുതൽ തന്നെ ചിട്ടയായ പ്രവർത്തനങ്ങൾ നാം നടത്തി വരുന്നുണ്ട്. 'എന്റെ വിദ്യാലയം മികച്ച വിദ്യാലയം' എന്ന കാഴ്ചപ്പാടോടെ നടപ്പാക്കിയ തത്സമയപിൻതുണാ സംവിധാനം (ഒ.എസ്.എസ്), ഗ്രേഡ് വിശകലനം, അവലോകനയോഗങ്ങൾ, തുടർപ്രവർത്തനങ്ങളുടെ ആസൂത്രണം, ഛലപ്രദമായ ക്ലാസ് പി.ടി.എ, ക്ലാസ്സുസഭകൾ, പഠനപ്രവർത്തനങ്ങൾക്കായുള്ള ബ്ലോഗ്, ഉച്ചഭക്ഷണം.... തുടങ്ങിയവ അവയിൽ ചിലതാണ്. അതോടൊപ്പം ശക്തമായ മോണിറ്റിംഗും നടത്തി.

ഇവയുടെ തുടർച്ചയെന്ന നിലയിൽ 2011 ജനുവരി 10 മുതൽ നടക്കുന്ന പ്രവർത്തനങ്ങൾക്ക് കൂടുതൽ കൃത്യതയും ലക്ഷ്യബോധവും നൽകുന്നതിനായി 'ഒരുക്കം' പഠനസഹായി പുറത്തിറക്കുന്നു. മുൻവർഷങ്ങളിലെ 'ഒരുക്കം' പ്രവർത്തനങ്ങളുടെ തുടർച്ചയായിട്ടാണ് ഇത്തവണ പഠനപ്രവർത്തനങ്ങൾ തയ്യാറാക്കിയിട്ടുള്ളത്. പി.ടി.എ, എം.പി.ടി.എ, പ്രാദേശികഭരണസമിതികൾ എന്നിവയുടെ സഹകരണത്തോടെ 'ഒരുക്കം' പഠനക്യാമ്പുകൾ ഛലപ്രദമായി നടത്തണം. ഇത്തരത്തിലുള്ള കൂട്ടായ്മയിലൂടെ എസ്.എസ്.എൽ.സി പരീക്ഷയിൽ മികച്ച വിജയം ആവർത്തിക്കാൻ കഴിയട്ടെ എന്നാശംസിക്കുന്നു.

**എ.പി.എം. മുഹമ്മദ് ഹസീൻ ഐ.എ.എസ്.**  
പൊതുവിദ്യാഭ്യാസ ഡയറക്ടർ

**അധ്യാപക സുഹൃത്തുക്കളേ,**

ഗുണമേന്മയുള്ള വിദ്യാഭ്യാസം കുട്ടികളുടെ അവകാശം (QEPR) പദ്ധതി അഞ്ചു വർഷം പൂർത്തിയാവുകയാണ്. വിദ്യാലയത്തെ ഒന്നായി കണ്ടുകൊണ്ട് ചെച്ചുചെടുത്തുനന്നിനായി എന്റെ വിദ്യാലയം മികച്ച വിദ്യാലയം പരിപാടി ജൂൺ മാസം മുതൽ തന്നെ നമ്മൾ ആരംഭിച്ചു. ഗ്രേഡ് വിശകലനം, തുടർപ്രവർത്തനങ്ങളുടെ ആസൂത്രണം, ഉച്ചഭക്ഷണം, പ്രത്യേക ക്ലാസ്സുകൾ, പഠനക്യാമ്പുകൾ തുടങ്ങി നിരവധി പ്രവർത്തനങ്ങൾ നടപ്പിലാക്കി. ഈ പ്രവർത്തനങ്ങളുടെ തുടർച്ച എന്ന നിലയിൽ ജനുവരി 10 മുതൽ നടപ്പാക്കാനുള്ള ഒരുക്കം പഠന പാക്കേജാണിത്. ഇവ ഓരോ വിദ്യാലയത്തിലും നടന്നു എന്ന് പ്രമോഷ്യാപകർ ഉറപ്പുവരുത്തണം. അതിനുള്ള നിർദ്ദേശങ്ങൾ ചുവടെ ചേർക്കുന്നു.

- ജനുവരി ആദ്യവാദത്തിൽ എസ്.ആർ.ജി. യോഗം ചേർന്ന് പരിപാടികൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യണം.
- പി.ടി.എ, എം.പി.ടി.എ, ജനപ്രതിനിധികൾ എന്നിവരുടെ യോഗം വിളിച്ച് പ്രവർത്തനങ്ങൾ വിശദമായി ആസൂത്രണം ചെയ്യണം.
- ജനുവരി 10 മുതൽ ഒരുക്കം ക്യാമ്പുകൾ നടക്കുന്നു എന്ന് ഉറപ്പുവരുത്തണം.
- കുട്ടികൾക്കാവശ്യമായ ഭക്ഷണം തയ്യാറാക്കി നൽകണം.
- ഓരോ അധ്യാപകനും ദൈനംദിന കുട്ടികളുടെ പഠന പുരോഗതി നിരന്തരം വിലയിരുത്തി ചർച്ചകളിലൂടെ ചെച്ചുചെടുത്തണം.
- ക്യാമ്പിന്റെ ഭാഗമായി കുട്ടികൾക്ക് ഹോട്ടിവേഷൻ ക്ലാസ്സുകൾ നടത്തണം.
- 8,9 ക്ലാസ്സുകളിലും സമാന പഠനപ്രവർത്തനങ്ങൾ നടക്കുന്നുണ്ടെന്ന് ഉറപ്പാക്കണം.

ചിട്ടയായ പ്രവർത്തനങ്ങളിലൂടെ ഗുണമേന്മയുള്ള വിദ്യാഭ്യാസം കുട്ടികളുടെ അവകാശം എന്ന ലക്ഷ്യത്തിലെത്തിച്ചേരാൻ നമുക്ക് ഒത്തൊരുമിച്ച് പ്രവർത്തിക്കാം.

എല്ലാപേർക്കും മികച്ച വിജയം നേടാൻ കഴിയട്ടെ എന്ന് ആശംസിക്കുന്നു.

**യു. കെ. ശ്യാമള**  
ഡി.ഡി.ഇ (ക്യൂ.ഐ.പി)

### പൊതു നിർദ്ദേശങ്ങൾ - ഗണിതം

- ◆ പാഠപുസ്തകങ്ങളിലെ ആശയങ്ങൾ കൂടുതൽ ദൃഢമാക്കുന്നതിന് അനുയോജ്യമായ പ്രവർത്തനങ്ങളാണ് ഇവിടെ ഉൾക്കൊള്ളിച്ചിരിക്കുന്നത്.
- ◆ ഗണിതത്തിൽ വളരെ പിന്നാക്കം നിൽക്കുന്ന കുട്ടികളെ ഉദ്ദേശിച്ച് തയ്യാറാക്കിയിരിക്കുന്ന പ്രവർത്തനങ്ങളാണെങ്കിലും നമ്മുടെ സ്കൂളുകളിൽ ഗണിതത്തിൽ മികച്ച നിലവാരം പുലർത്തുന്ന കുട്ടികൾക്കു കൂടിയുള്ള പഠന പ്രവർത്തനങ്ങൾ ഇതിൽ ഉൾക്കൊള്ളിച്ചിട്ടുണ്ട്.
- ◆ പാഠപുസ്തകത്തിൽ സ്വീകരിച്ചിരിക്കുന്ന രീതികളിൽ നിന്നും വ്യത്യസ്തമായ ചില രീതികൾ ചില മേഖലകളിൽ ഉൾപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ട്.
- ◆ അവസാന സമയങ്ങളിൽ ഈ രീതികൾ സ്വീകരിക്കുന്നത് പ്രയാസകരമാകുമെങ്കിൽ അത് ഒഴിവാക്കി പഴയരീതികൾ തന്നെ സ്വീകരിക്കാം.
- ◆ ഓരോ മേഖലയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് കൂടുതൽ പഠനപ്രവർത്തനങ്ങൾ ഇതിൽ ഉൾക്കൊള്ളിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഇവ മുഴുവനായും ക്ലാസ്സിൽ ചെയ്തു തീർക്കാൻ ശ്രമിക്കാതെ ആവശ്യമായവ ക്ലാസ്സിൽ ചെയ്യുകയും മറ്റുള്ളവ ഹോം അസൈൻമെന്റായി നൽകേണ്ടതും തൊട്ടടുത്ത ദിവസം തന്നെ വിലയിരുത്തേണ്ടതുമാണ്.
- ◆ പ്രവർത്തനങ്ങൾക്ക് നേരെ നൽകിയ സൂചനകൾ പരമാവധി പ്രയോജനപ്പെടുത്തേതാണ്.
- ◆ ഓരോ ചാപ്റ്ററിന്റെയും അവസാനം ഒരു ചെക്ക്ലിസ്റ്റ് കൊടുത്തിട്ടുണ്ട്. കുട്ടികൾ ഇത് സ്വയം പൂരിപ്പിച്ച് ഓരോ പാഠഭാഗത്തിലേയും ആശയങ്ങൾ, ധാരണകൾ, ശേഷികൾ ഇവ തനിക്ക് എത്രമാത്രം സ്വായത്തമാക്കുവാൻ കഴിഞ്ഞു എന്ന് ബോധ്യപ്പെടേണ്ടതാണ്. അതോടൊപ്പം തന്നെ കുട്ടികളുടെ മികവുകൾ അംഗീകരിച്ചുകൊണ്ട് പോരായ്മകൾ ചൂണ്ടിക്കാണിക്കുകയും അവ പരിഹരിക്കുന്നതിനുള്ള തുടർ പ്രവർത്തനങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്ത് സമയബന്ധിതമായി നടപ്പാക്കുന്നതിൽ അധ്യാപകർ അങ്ങേയറ്റം ശ്രദ്ധിക്കുമല്ലോ.
- ◆ വിവിധ പാഠഭാഗങ്ങളിലെ പ്രവർത്തനങ്ങൾ 15 സെഷനുകളായി ക്രമീകരിച്ചിരിക്കുന്നു

അധ്യായങ്ങൾ	സെഷനുകളുടെ എണ്ണം
സമാന്തരശ്രേണികൾ	2
വൃത്തങ്ങൾ, സ്പർശരേഖകൾ	5
ദ്വിമാനസമവാക്യങ്ങൾ	2
ഘനരൂപങ്ങൾ	2
രേഖീയ സംഖ്യ	1
ത്രികോണമിതി	1
നിർദ്ദേശാങ്ക ജ്യാമിതി	1
സ്റ്റാറ്റിസ്റ്റിക്സ്	1
പോളിനോമിയൽ	1

# 1. സമാന്തരശ്രേണി

സമാന്തരശ്രേണിയിലൂടെ.....,

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ രണ്ട് പദങ്ങളിൽനിന്നും പൊതുവ്യത്യാസം കണ്ടുപിടിക്കാം
- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ ഗുണിതമായിരിക്കും.
- പൊതുവ്യത്യാസം അറിയാമെങ്കിൽ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ഏതൊരുപദത്തിൽനിന്നും മറ്റേതൊരുപദവും കണ്ടുപിടിക്കാം.
- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതു വ്യത്യാസവും, ഒരു പദവും അതിന്റെ പദസ്ഥാനവും അറിഞ്ഞാൽ മറ്റേതൊരുപദത്തിന്റേയും പദസ്ഥാനം കണ്ടുപിടിക്കാം.
- 'a' ആദ്യപദവും, d പൊതുവ്യത്യാസവുമായ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n-ാം പദം =  $dn + (a-d)$  ആയിരിക്കും.  
(ഇത്  $a + (n-1)d$  യുടെ മറ്റൊരു രൂപമാണ്)
- 1 മുതൽ തുടർച്ചയായ n എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക  $\frac{n(n+1)}{2}$  ആയിരിക്കും.
- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ നിശ്ചിത പദങ്ങളുടെ തുക കാണുന്നതിന് ഒരു ജോടി പദങ്ങളുടെ തുകയെ ജോടികളുടെ എണ്ണകൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ മതി
- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം ഒറ്റ സംഖ്യയായാൽ,  

$$\text{മധ്യപദം} = \frac{\text{പദങ്ങളുടെ തുക}}{\text{പദങ്ങളുടെ എണ്ണം}}$$

അല്ലെങ്കിൽ

$$\text{പദങ്ങളുടെ തുക} = \text{മധ്യപദം} \times \text{പദങ്ങളുടെ എണ്ണം}$$

പദങ്ങളുടെ എണ്ണം ഇരട്ടസംഖ്യയായാൽ

$$\text{ഒരു ജോടിയുടെ തുക} = \frac{\text{പദങ്ങളുടെ തുക}}{\text{ജോടികളുടെ എണ്ണം}}$$
- a ആദ്യപദവും d പൊതുവ്യത്യാസവുമായ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക =  $\frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$   

$$\text{തുക} = \frac{d}{2} n^2 + \left(a - \frac{d}{2}\right) n$$
- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n-ാം പദത്തിന്റെ ബീജഗണിത വാചകത്തിൽ n ന്റെ ഗുണോത്തരം പൊതുവ്യത്യാസവും, ഗുണോത്തരങ്ങളുടെ തുക ആദ്യ പദവുമാണ്.
- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുകയെ കാണിക്കുന്ന ബീജഗണിതവാചകത്തിൽ  $\frac{n^2}{2}$  ന്റെ ഗുണോത്തരം പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ പകുതിയും. ഗുണോത്തരങ്ങളുടെ തുക ആദ്യ പദവുമാണ്.

സെഷൻ -1

പ്രവർത്തനം -1

ക്ലാസ്സിലെ കുട്ടികളെ അവരുടെ റോൾ നമ്പറിനെ 5 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ അഞ്ച് ഗ്രൂപ്പുകളാക്കുന്നു. ഓരോ ഗ്രൂപ്പിനും ഗ്രൂപ്പ് നമ്പർ (2,3,4,6,9) നൽകുന്നു. തുടർന്ന് അധ്യാപിക ബോർഡിൽ എണ്ണൽസംഖ്യാശ്രേണി എഴുതുന്നു.

1,2,3,4,5,.....

തുടർന്ന് ഓരോ ഗ്രൂപ്പിനോടും, ഈ എണ്ണൽസംഖ്യകളെ അവരുടെ ഗ്രൂപ്പ് നമ്പർകൊണ്ട് ഗുണിച്ച് മറ്റൊരുശ്രേണി ഉണ്ടാക്കുവാൻ ആവശ്യപ്പെടുന്നു. അതുപോലെ ഗ്രൂപ്പ് നമ്പർകൊണ്ട് ഗുണിച്ച് 7 കൂട്ടിയും, ഗ്രൂപ്പ് നമ്പർകൊണ്ട് ഗുണിച്ച് 8 കുറച്ചും മറ്റ് 2 ശ്രേണികൾ കൂടി ഉണ്ടാക്കുവാൻ ആവശ്യപ്പെടുക. തുടർന്ന് ചില ചോദ്യങ്ങളിലൂടെ കുട്ടികളെ മുന്നോട്ട് നയിക്കുന്നു.

- ഇപ്പോൾ കിട്ടിയ ഓരോ ശ്രേണിയുടേയും പ്രത്യേകത എന്ത്?
- ഓരോ ഗ്രൂപ്പും തയ്യാറാക്കിയ ശ്രേണികളുടെ പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ പ്രത്യേകത എന്ത്? എന്താണിതിന് കാരണം ?
- ഓരോ ഗ്രൂപ്പും തയ്യാറാക്കിയ ശ്രേണികളുടെ 15-ാം പദം എന്ത്?
- ഓരോ ശ്രേണിയുടെയും 8-ാം പദവും, 15-ാം പദവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എന്തായിരിക്കും? ഓരോ ഗ്രൂപ്പും തയ്യാറാക്കിയ ശ്രേണികളിൽ ഈ വ്യത്യാസത്തിന്റെ പ്രത്യേകത എന്ത്?
- നിങ്ങൾ എഴുതിയ ഏതെല്ലാം ശ്രേണികളിൽ 100 ഒരു പദമാകും.അത് എത്രമാത്രം പദമാകും?
- നിങ്ങൾ എഴുതിയ ഏതെങ്കിലും ശ്രേണികളിലെ രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 175 ആകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?
- ഓരോ ഗ്രൂപ്പും തയ്യാറാക്കിയ ശ്രേണികളുടെ 11-ാം പദങ്ങൾ എഴുതുക

അധ്യാപികയോട്: ഈ പ്രവർത്തനത്തിന്റെ ഭാഗമായി നടക്കുന്ന ചർച്ചയിൽ പൊതുവ്യത്യാസം, നിശ്ചിത പദം, പദസ്ഥാനം. 11-ാം പദം തുടങ്ങിയവയിൽ വ്യക്തമായ ധാരണ രൂപപ്പെടുത്തേണ്ടതാണ്.

എണ്ണൽസംഖ്യകളെ ഏത് സംഖ്യകൊണ്ട് ഗുണിച്ചാണോ ശ്രേണി ഉണ്ടാക്കിയത് ആ സംഖ്യയായിരിക്കും പൊതുവ്യത്യാസം എന്ന ധാരണ രൂപപ്പെടുത്തേ താണ്.

15-ാം പദം കാണുന്നതിന് 15 നെ ഗ്രൂപ്പ് നമ്പർകൊണ്ട് ഗുണിച്ച്, 7 കൂട്ടുകയും, 8 കുറയ്ക്കുകയും ഒക്കെ ചെയ്തുകൊണ്ടാണ് എന്ന ചർച്ച നടക്കണം. ( $dn + [a-d]$  ഉപയോഗിച്ചും 15-ാം പദം കാണാം എന്ന ചർച്ച നടക്കണം)

അപ്പോൾ 11-ാം പദം കാണുന്നതിനും ഈ മാർഗ്ഗങ്ങൾ തന്നെയാകാം എന്ന് തീരുമാനിക്കാൻ പ്രയാസം കാണുന്നില്ല.

8-ാം പദവും 15-ാം പദവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം  $(15-8) d = 7d$  ആണെന്നും ഇതിൽനിന്നും  $t_m - t_n = (m-n) d$  ആണെന്ന് കണ്ടെത്താനും പ്രയാസമില്ല. അപ്പോൾ  $d = \frac{t_m - t_n}{m - n}$  ആണെന്ന് കാണുന്നതിനും അവസരമുണ്ടാക്കണം.

Eg 1: പൊതുവ്യത്യാസം 6 ആയ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 10-ാം പദവും, 15-ാം പദവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എത്ര ?

Eg 2: ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 7-ാം പദം 40 ഉം 13-ാം പദം 88 ഉം ആയാൽ പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര ?

$$\text{പൊതുവ്യത്യാസം } d = \frac{88-40}{13-7} = \frac{48}{6} = 8$$

അല്ലെങ്കിൽ  $6d = 88-40, d = \frac{48}{6} = 8$

ഇതോടൊപ്പം രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ ഗുണിതമാണെന്നും ഉറപ്പിക്കണം. ഒരു നിശ്ചിത സംഖ്യശ്രേണിയിലെ പദമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുന്നതിന് ആ സംഖ്യയെ പൊതുവ്യത്യാസംകൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടത്തിന്റെ പ്രത്യേകത നോക്കണം എന്ന രീതിയിൽ ചർച്ച നടക്കണം.

**പ്രവർത്തനം 2**

8,14,20,26,..... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ

- പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?
- ശ്രേണിയുടെ അടുത്ത മൂന്ന് പദങ്ങൾ എഴുതുക.
- ശ്രേണിയുടെ 6-ാം പദവും, 15-ാം പദവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമെത്ര?
- ശ്രേണിയുടെ 25-ാം പദം എത്ര?
- ശ്രേണിയുടെ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 100 ആകുമോ?
- ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദമാണോ 152?
- ശ്രേണിയുടെ n-ാം പദം എത്ര?

**പ്രവർത്തനം 3**

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം 8 ആണ്. അതിന്റെ 10-ാം പദം 86 ആണ്.

- 15-ാം പദം എത്ര?
- 20-ാം പദത്തിനോട് എത്ര കുട്ടിയാൽ 35-ാം പദം കിട്ടും?
- ഈ ശ്രേണിയിൽ 230 ഒരു പദമാണോ ? സമർത്ഥിക്കുക
- n-ാം പദം എന്തായിരിക്കും?
- എത്രാം പദമാണ് 486?

**പ്രവർത്തനം 4**

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n-ാം പദം '7n + 3' ആണ്.

- പൊതുവ്യത്യാസം, ആദ്യപദം ഇവ കാണുക:-
- ശ്രേണി എഴുതുക:-
- (n+1)-ാം പദം എന്ത്?
- ഈ ശ്രേണിയുടെ 15-ാം പദത്തിനോട് എത്ര കുട്ടിയാൽ 25-ാം പദം കിട്ടും?
- ഈ ശ്രേണിയുടെ രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 150 ആകുമോ?

പ്രവർത്തനം 5

- ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നവയിൽ  $n$ -ാം പദം  $7n + 3$  ആയ സമാന്തരശ്രേണി ഏതാണ്  
5,12,19,....., 8,15,22, ....., 10,17,24, .....
- ഈ ശ്രേണിയിൽ ഏറ്റവും ചെറിയ മൂന്നു സംഖ്യാപദമേത്? ഏറ്റവും വലിയ മൂന്നു സംഖ്യാപദമേത്?
- ഈ ശ്രേണിയിൽ എത്ര മൂന്നു സംഖ്യാപദമുണ്ട്?
- 275 ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദമാണോ?

പ്രവർത്തനം 6

-80, -74, -58 ..... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ

- എത്ര ന്യൂനസംഖ്യാപദങ്ങൾ ഉണ്ട്?
- 0 ശ്രേണിയിലെ പദമാണോ?
- ആദ്യത്തെ അധിസംഖ്യാപദമേത്?
- ശ്രേണിയുടെ  $n$ -ാം പദം എന്ത്?
- ശ്രേണിയിലെ എത്രപദമാണ് 100?

പ്രവർത്തനം 7

രണ്ട് സമാന്തര ശ്രേണികളുടെ  $n$ -ാം പദങ്ങൾ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു?

ശ്രേണി 1 :  $7n + 3$   
 ശ്രേണി 2 :  $8n - 7$

- രണ്ട് ശ്രേണികളുടെയും പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?
- രണ്ട് ശ്രേണികളിലും അംഗമായ ആദ്യത്തെ സംഖ്യ ഏത്?
- രണ്ട് ശ്രേണികളിലും ഏതെങ്കിലും സ്ഥാനത്തെ സംഖ്യ തുല്യമാകുമോ? എങ്കിൽ തുല്യമായ സംഖ്യ ഏത്? സ്ഥാനമേത്?
- ഈ ശ്രേണിയുടെ 25-ാം പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമെന്ത്?

**സെഷൻ- 2**

പ്രവർത്തനം 8

അധ്യാപിക ബോർഡിൽ 1,2,3,4,5,..... എന്ന എണ്ണൽ സംഖ്യാശ്രേണി എഴുതുന്നു. തുടർന്ന് ചില ചോദ്യങ്ങളിലൂടെ കുട്ടികളെ മുന്നോട്ട് നയിക്കുന്നു.

- 1 മുതൽ 10 വരെ എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക കാണുക:-
- 1 മുതൽ 20 വരെയുള്ള ഇരട്ട സംഖ്യകളുടെ തുക എത്ര?
- 1 മുതൽ 30 വരെയുള്ള 3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ തുക എത്ര?
- 2,3,4,....., 11 വരെ എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക എത്ര?
- 3,5,7,.....,21 എന്നീ ഒറ്റ സംഖ്യകളുടെ തുക എത്ര?
- 5,8,11,.....,32 എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുക എത്ര?
- 1 മുതൽ 10 വരെ എണ്ണൽ സംഖ്യകളെ 5 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് 2 കൂട്ടിയ ശ്രേണിയുടെ തുകഎത്ര?



• ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ  $n$ -ാം പദം  $5n + 3$  ഇതിന്റെ ആദ്യത്തെ 10 പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര? അധ്യാപികയോട് -

തുടർച്ചയായ എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക കാണുന്ന പ്രവർത്തനത്തിലൂടെ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ പദങ്ങളുടെ തുക കാണുന്ന പ്രവർത്തനത്തിലേക്ക് നയിക്കണം. അതോടൊപ്പം ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ നിശ്ചിത പദങ്ങളുടെ തുക കാണുന്നതിന് ജോടികളുടെ തുകയെ ജോടികളുടെ എണ്ണകൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ മതി എന്ന ആശയത്തിലേക്ക് എത്തിച്ചേരേ താണ്.

ഈ തുക  $d + \frac{n}{2} [2a + n - 1]d$  അല്ലെങ്കിൽ  $n \frac{d}{2} + (a - \frac{d}{2})n \frac{d}{2}$  എന്ന രീതിയിലും കാണാമെന്നും ഇതാണ് ഉചിതമെങ്കിൽ അങ്ങനെതന്നെ ചെയ്യാനും കുട്ടികളെ ശീലിപ്പിക്കേണ്ടതാണ്.

**പ്രവർത്തനം 9**

8,14,20,..... എന്ന സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ

- $n$ -ാം പദം എത്ര?
- 15-ാം പദം എത്ര?
- 4-ാം പദത്തിന്റെയും, 12-ാം പദത്തിന്റെയും തുക എത്ര?
- ഇതേ തുക വരുന്ന മറ്റ് രണ്ട് ജോടികൾ എഴുതുക:-
- ആദ്യത്തെ 15 പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക:-
- ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ  $n$  പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര?

**പ്രവർത്തനം 10**

ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ 8-ാം പദത്തിന്റെയും 13-ാം പദത്തിന്റെയും തുക 86.

- 3-ാം പദത്തിന്റെയും 18-ാം പദത്തിന്റെയും തുക എത്ര?
- 1-ാം പദത്തിന്റെയും 20-ാം പദത്തിന്റെയും തുക എത്ര?
- ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര?

**പ്രവർത്തനം 11**

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 13-ാം പദം 60 ആണ്.

- 14-ാം പദത്തിന്റെയും 12-ാം പദത്തിന്റെയും തുക എത്ര?
- തുക 60 കിട്ടുന്ന മറ്റ് രണ്ട് ജോടി പദങ്ങൾ എഴുതുക:-
- ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര?

**പ്രവർത്തനം 12**

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 19 പദങ്ങളുടെ തുക 798

- 10-ാം പദം എത്ര?
- 7-ാം പദം 30 ആയാൽ പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?
- 1-ാം പദം എന്ത്?
- $n$ -ാം പദം എന്ത്?

- ആദ്യത്തെ 11 പദങ്ങളുടെ തുക

പ്രവർത്തനം 13

ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന സമാന്തരശ്രേണികളുടെ 11-ാം പദങ്ങൾ കാണുക:-

- 5,11,17, .....
- 10,18,26,.....
- 8,13,18,.....

ഓരോ ശ്രേണിയുടെയും ആദ്യത്തെ 11 പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക:-

പ്രവർത്തനം 14

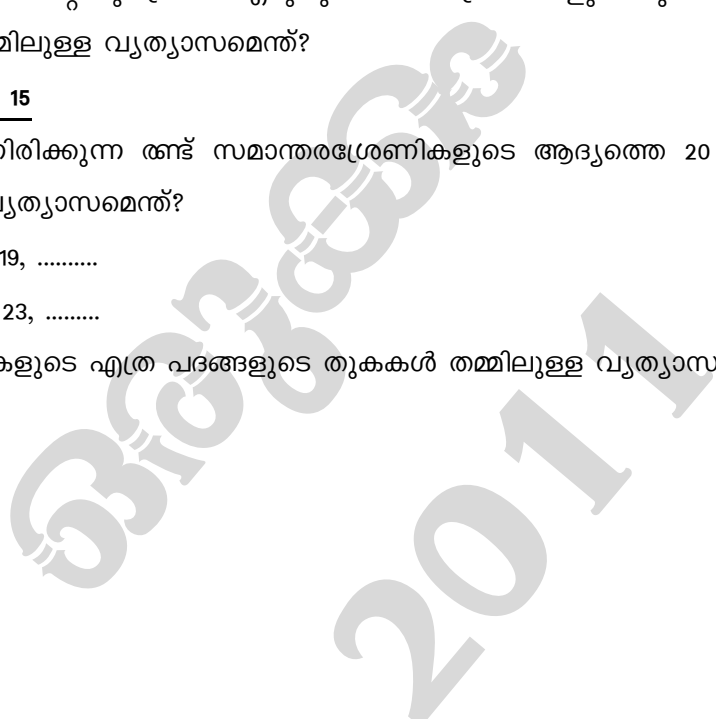
പൊതുവ്യത്യാസം 7 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണി എഴുതുക. ഈ ശ്രേണിയുടെ പദങ്ങളുടെ കൂടെ 3 കൂട്ടിയ മറ്റൊരു ശ്രേണി എഴുതുക. രണ്ട് ശ്രേണികളുടെയും ആദ്യത്തെ 15 പദങ്ങളുടെ തുകകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമെന്ത്?

പ്രവർത്തനം 15

ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന രണ്ട് സമാന്തരശ്രേണികളുടെ ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുകകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമെന്ത്?

- 7, 13, 19, .....
- 11, 17, 23, .....

ഈ ശ്രേണികളുടെ എത്ര പദങ്ങളുടെ തുകകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമാണ് 100 കിട്ടുന്നത്.



- മൂല്യനിർണ്ണയപ്രവർത്തനങ്ങൾ -  
സമാന്തരശ്രേണി

സമയം: 45 മിനിറ്റ്

മാർക്ക്: 20

1. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ  $n$ -ാം പദം  $6n + 5$  ആണ്.
  - (a) ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?
  - (b) ശ്രേണിയുടെ 10-ാം പദത്തിന്റെ കൂടെ എത്ര കൂട്ടിയാൽ 18-ാം പദം കിട്ടും?
  - (c) ശ്രേണിയുടെ എതാം പദമാണ് 77? -3-
  
2.
  - (a) ഒന്നു മുതൽ 20 വരെയുള്ള എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക കാണുക
  - (b) 4, 8, 12, ....., എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര?
  - (c)  $n$ -ാം പദം  $6n + 3$  ആയ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക? -5-
  
3. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 9 പദങ്ങളുടെ തുക 207, ആദ്യത്തെ 15 പദങ്ങളുടെ തുക 525
  - a) ശ്രേണിയുടെ 5-ാം പദവും, 8-ാം പദവും കാണുക:-
  - (b) ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?
  - (c) ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ  $n$  പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര? - 6 -
  
4. ഒരു പ്രത്യേക പരിപാടിക്കായി സ്കൂളിലെ കുട്ടികളെ 20 വരികളിലായി നിർത്തിയിരിക്കുന്നു. ഒരു വരിയിലുള്ള കുട്ടികളുടെ എണ്ണത്തേക്കാൾ നിശ്ചിത എണ്ണം കുട്ടികൾ കൂടുതലാണ് തൊട്ടടുത്ത വരിയിലുള്ളത്. 5-ാം വരിയിൽ 32 കുട്ടികളും, 16-ാം വരിയിൽ 65 കുട്ടികളും ഉണ്ട്.
  - a) ഒരു വരിയിൽ ഉള്ളതിനേക്കാൾ എത്ര കുട്ടികൾ കൂടുതലാണ് തൊട്ടടുത്ത വരിയിൽ ഉള്ളത്.
  - (b) ആദ്യവരിയിലും, അവസാനവരിയിലും കൂടി ആകെ എത്ര കുട്ടികൾ ഉണ്ട്?
  - (c) 20 വരികളിലും കൂടി ആകെ എത്ര കുട്ടികൾ ഉണ്ട്? - 4-

**SELF CHECKLIST**

ആശയം	പ്രതികരണം		
	ഉണ്ട്	ഇല്ല	ഭാഗികം
സമാന്തരശ്രേണികളുടെ പൊതുവ്യത്യാസം			
പൊതുവ്യത്യാസവും, ഒരു പദവും തന്നാൽ മറ്റേത് പദവും കാണുന്നവിധം			
രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ ഗുണിതമാകുന്നു			
സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n-ാം പദം കാണുവാൻ കഴിയുന്നു.			
രണ്ട് പദങ്ങൾ തന്നാൽ ശ്രേണി രൂപീകരിക്കാൻ കഴിയുന്നു.			
എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക കാണുവാൻ കഴിയുന്നു			
ശ്രേണികളുടെ തുക കാണുവാൻ കഴിയുന്നു			
സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആശയം പുതിയ സന്തർഭത്തിൽ പ്രയോഗിക്കുവാൻ കഴിയണം			

## 2. വൃത്തങ്ങൾ

വൃത്തങ്ങളിൽ.....,

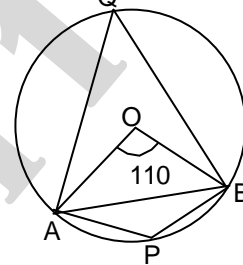
- ◆ ചാപത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കൾ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ ഉണ്ടാകുന്ന കോണാണ് ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ.
- ◆ ഒരു ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ്, ആ ചാപം അതിന്റെ ശിഷ്ടചാപത്തിലുണ്ടാകുന്ന കോൺ
- ◆ ചക്രീയ ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർശീർഷകോണുകളുടെ തുക  $180^\circ$  ആയിരിക്കും
- ◆ AB, CD എന്നീ ഞാണുകൾ P യിൽ ഖണ്ഡിക്കുമ്പോൾ  $PA \times PB = PC \times PD$  ആയിരിക്കും.

### സെഷൻ 1

#### പ്രവർത്തനങ്ങൾ

1. ചിത്രത്തിൽ  $\angle AOB = 110^\circ$  ആയാൽ ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നവ കാണുക.

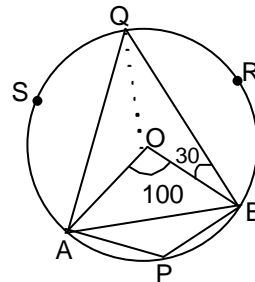
- $\angle OAB$ ;  $\angle OBA$ ;  $\angle AQB$ ;  $\angle APB$
- ചാപം APB യുടെ കേന്ദ്രകോൺ
- ചാപം AQB യുടെ കേന്ദ്രകോൺ



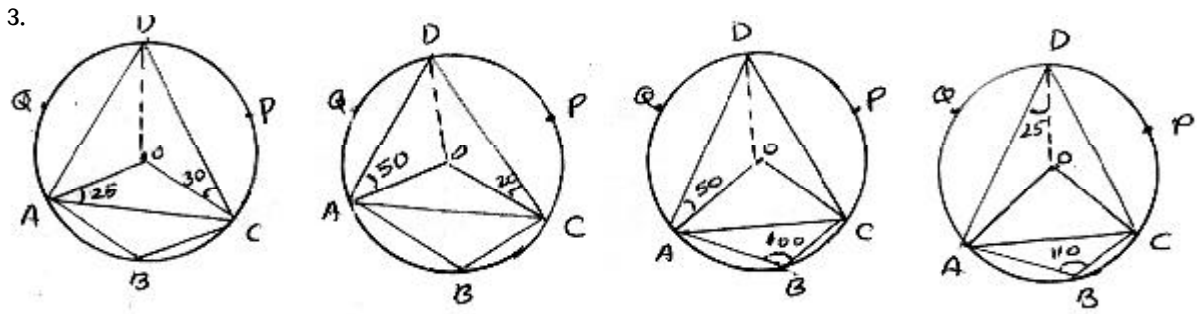
(ചിത്രത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്ന ഒരു കോണളവ് ഉപയോഗിച്ച് കൊണ്ട് 6 കോണുകൾ കണ്ടെത്തുവാൻ കഴിഞ്ഞു.

2. ചിത്രത്തിൽ  $\angle AOB = 100^\circ$ ,  $\angle OBQ = 30^\circ$  ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നവ കാണുക.

- $\angle OAB$ ;  $\angle OBA$ ;  $\angle AQB$ ;  $\angle APB$ ,  $\angle OQB$ ,  $\angle BOQ$ ,  $\angle OQA$ ,  $\angle OAQ$ ,  $\angle AOQ$
- ചാപം APB യുടെ കേന്ദ്രകോൺ
- ചാപം BRQ യുടെ കേന്ദ്രകോൺ
- ചാപം ASQ ന്റെ കേന്ദ്രകോൺ
- ചാപം AQB യുടെ കേന്ദ്രകോൺ



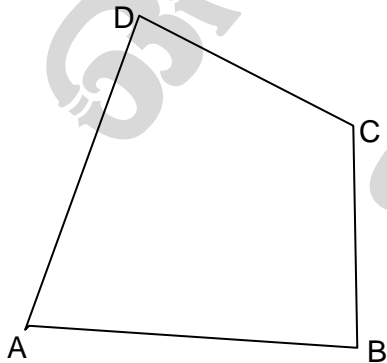
(ചിത്രത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്ന രണ്ട് കോണളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് 13 കോണളവുകൾ കണ്ടുപിടിക്കുവാൻ കഴിഞ്ഞു.



ഓരോ ചിത്രത്തെയും അടിസ്ഥാനമാക്കി ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന കോണുകൾ (ചിത്രത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്നവ ഒഴിച്ച്) കണ്ടെത്തുക.

- $\angle AOC$ ;  $\angle OAB$ ;  $\angle OCB$ ;  $\angle ADC$ ,  $\angle ABC$ ,  $\angle OCD$ ,  $\angle ODC$ ,  $\angle COD$ ,  $\angle ODA$ ,  $\angle OAD$ ,  $\angle AOD$ ,  $\angle CPD$ ,  $\angle AQD$
- ചാപം ABC യുടെ കേന്ദ്രകോൺ
- ചാപം CPD യുടെ കേന്ദ്രകോൺ
- ചാപം AQD യുടെ കേന്ദ്രകോൺ
- ചാപം ACD യുടെ കേന്ദ്രകോൺ
- ചാപം CAD യുടെ കേന്ദ്രകോൺ

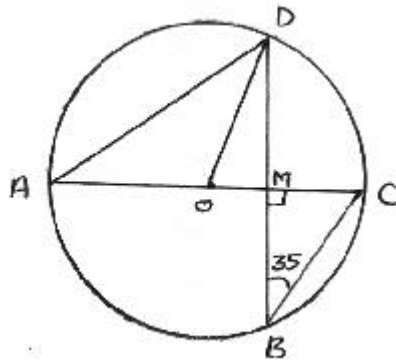
4.



ചതുർഭുജം ABCD യിൽ  $\angle A = 70^\circ$ ,  $\angle B = 100^\circ$ ,  $\angle C = 120^\circ$ .

- ഇതൊരു ചക്രീയ ചതുർഭുജമാണോ? സമർത്ഥിക്കുക
- A, B, C എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂടി വരക്കുന്ന വൃത്തത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി D എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനമെവിടെയായിരിക്കും?
- B, C, D എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂടി വരക്കുന്ന വൃത്തത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി A എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം എവിടെ ആയിരിക്കും?

5.

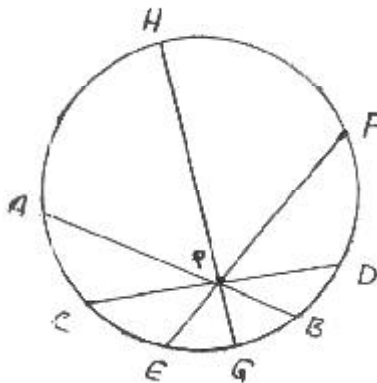


'O' കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിൽ AC വ്യാസമാണ്.  
 $\angle CBD = 35^\circ$ . BD, AC ക്ക് ലംബമാണ്.

- ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന കോണുകളുടെ അളവുകൾ കാണുക.  
 $\angle COD$ ;  $\angle BDO$ ;  $\angle OAD$   
 $\angle ADO$ ;  $\angle AOD$ ;  $\angle ACB$
- $BD = 24$  cm,  $BC = 15$  cm. OM എത്ര?

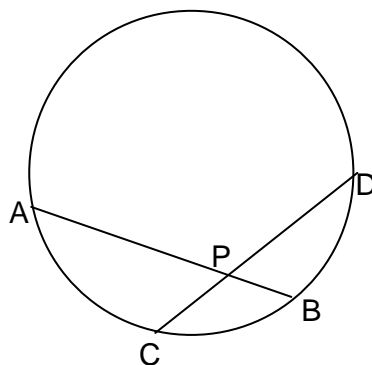
സെഷൻ 2

6.



ചിത്രത്തിൽ AB, CD, EF, GH എന്നീ ഞാണുകൾ P യിൽ ചേർന്നിരിക്കുന്നു.  $CD = 14$  cm,  $PC = 8$  cm,  $PB = 3$  cm,  $PF = 12$  cm,  $PG = 2$  cm, AB, EF, GH എന്നീ ഞാണുകളുടെ നീളം കാണുക.

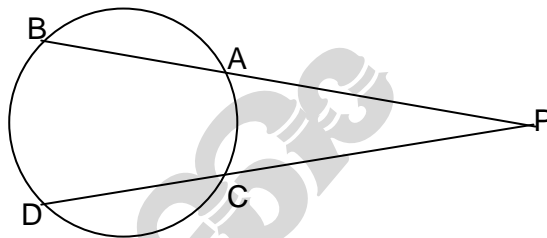
7.



ചിത്രത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന പട്ടിക പൂർത്തീകരിക്കുക.

PA	PB	PC	PD	AB	CD
9		3		13	
	4		6		14
	3	4		11	
10			8		13
	3			19	14

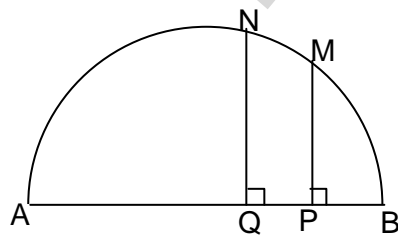
8.



ചിത്രത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന പട്ടിക പൂർത്തീകരിക്കുക.

PA	PB	PC	PD	AB	CD
3			9	9	
	13	14		3	
6			9		1
	8	4			8
12				4	16

9.



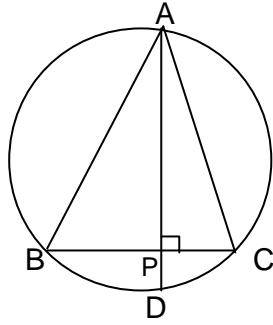
ചിത്രത്തിൽ AB വ്യാസവും PM, QN എന്നിവ AB ക്ക് ലംബങ്ങളുമാണ്.

$PM = \sqrt{20}$  cm,  $QN = \sqrt{32}$  cm ആണ്.

- AB യുടെ നീളം എത്ര?
- $\sqrt{20}$ cm,  $\sqrt{32}$  cm നീളങ്ങൾ ഉള്ള രേഖ വരച്ചത് പോലെ ഇതേ ചിത്രത്തിൽ  $\sqrt{40}$  cm നീളമുള്ള ഒരു രേഖ വരക്കാനോ ഉത്തരം സമർത്ഥിക്കുക.



10.

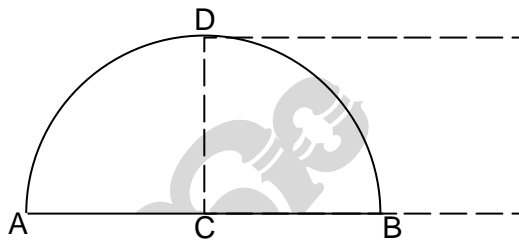


ചിത്രത്തിൽ AD, BC ക്ക് ലംബമാണ്.

$AB = 30\text{ cm}$ ,  $AP = 24\text{ cm}$ ,  $AC = 26\text{ cm}$ .

- BC, AD എന്നിവയുടെ നീളങ്ങൾ കാണുക.

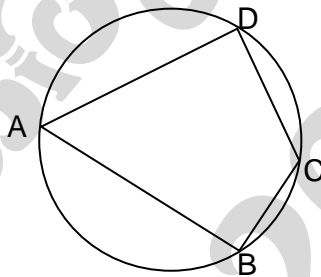
11.



ചിത്രത്തിൽ ഒരു വളപൊട്ടിന്റെ ചിത്രമാണ് തന്നിരിക്കുന്നത്. CD, AB യുടെ ലംബസമഭാജിയാണ്.

$AB = 12\text{ cm}$  ഉം  $CD = 4\text{ cm}$ . എങ്കിൽ വളയുടെ വ്യാസം എന്തായിരിക്കും?

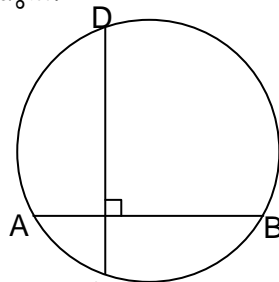
12.



ചിത്രത്തിൽ  $AB = AD$ ;  $BC = CD$

- AC വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.
- AC,  $\angle BAD$ ,  $\angle BCD$  എന്നിവയുടെ ഒരു പൊതു സമഭാജിയാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

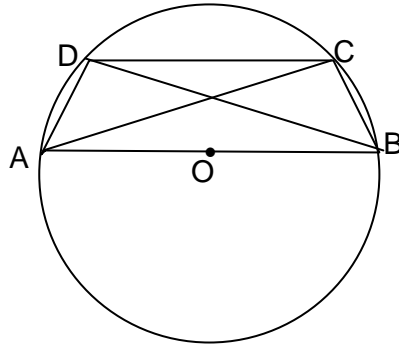
13.



ചിത്രത്തിൽ AB യ്ക്ക് ലംബമായ ഒരു ഞാണാണ് CD.

ചാപം AC, ചാപം BD എന്നിവയുടെ കേന്ദ്ര കോണുകളുടെ തുക ചാപം BC, ചാപം AD എന്നിവയുടെ കേന്ദ്രകോണുകളുടെ തുകയ്ക്ക് തുല്യമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

14.

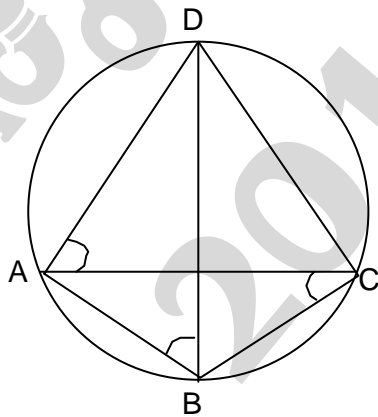


ചിത്രത്തിൽ വ്യാസം AB ക്ക് സമാന്തരമാണ് CD.

$\angle BAC = 20^\circ$ , ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന പ്രസ്താവനകളുടെ കാരണം എഴുതുക.

- $\angle ACB = 90^\circ$  -----
- $\angle BDC = 20^\circ$  -----
- $\angle ACD = 20^\circ$  -----
- $\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$  -----
- $\triangle ADB \sim \triangle ACB$  -----
- $BD = AC$  -----

15.



ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു ചക്രീയ ചതുർഭുജമാണ്.

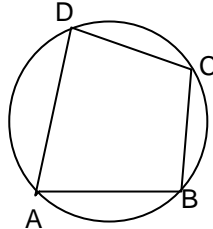
- ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന ഓരോ കോണിനും തുല്യമായ മറ്റൊരു കോൺ എഴുതുക.
  - $\angle ADB$ , •  $\angle BAC$ , •  $\angle ACD$ , •  $\angle CBD$
- $\angle CAD = 40^\circ$ ,  $\angle ACB = 50^\circ$ ,  $\angle ABD = 60^\circ$  ചിത്രത്തിലുള്ള മറ്റെല്ലാ കോണുകളും കാണുക.

## മൂല്യനിർണ്ണയം - വൃത്തങ്ങൾ

സമയം : 30 മിനിറ്റ്

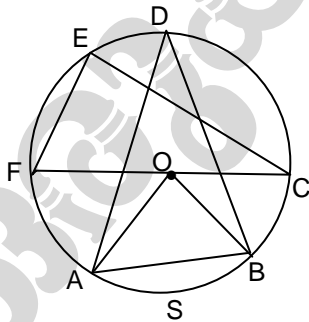
സ്കോർ : 20

1.



- a) ചിത്രത്തിൽ  $\angle ABC + \angle ADC$  എത്ര?
- b)  $\angle BAD$  യുടെ ഇരട്ടിയാണ്  $\angle BCD$  എങ്കിൽ  $\angle BAD, \angle BCD$  ഇവ കാണുക.
- c) A, C എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ മാറ്റാതെ B, D എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ വൃത്തത്തിലൂടെ ചലിപ്പിച്ചാൽ  $\angle ABC, \angle ADC$  എന്നിവ എങ്ങനെയാണ് മാറുന്നത്. 4

2.

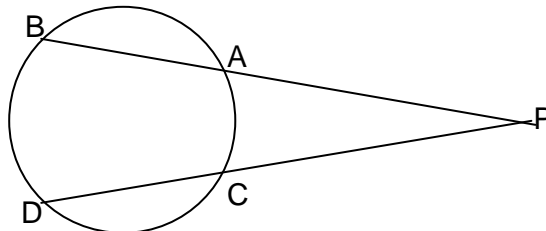


ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രവും  $\angle AOB = 80^\circ$ .

ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നവ കാണുക.

- $\angle CEF, \angle ADB, \angle CEF, \angle OAB$  4

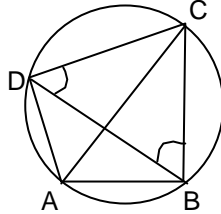
3.



- ചിത്രത്തിൽ  $PA = 6 \text{ cm}, AB = 2 \text{ cm}, PC = 4 \text{ cm}$  ആയാൽ BC എത്ര?
- P യിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്കുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ദൂരം 3 cm ആയാൽ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര? 4

4. 15 ച.സെ.മീ. വിസ്തീർണ്ണമുള്ള ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര? അത്തരത്തിലുള്ള ഒരു സമചതുരം നിർമ്മിക്കുക. 4

5.



- ◆ ചിത്രത്തിൽ നിന്നും തുല്യ അളവുകളുള്ള നാല് ജോടി കോണുകൾ എഴുതുക.
- ◆  $\angle ACB = 50^\circ, \angle BDC = 30^\circ, \angle CBD = 70^\circ$  ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നവ കാണുക.
  - $\angle BAD, \angle ABC$
  - ചാപം ADC യുടെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര?
  - ചാപം BCD യുടെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര?

4

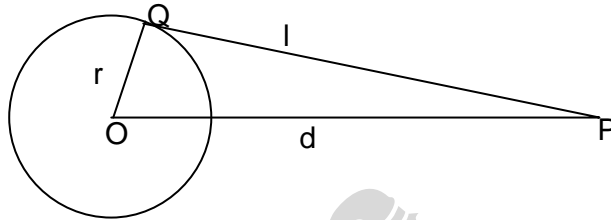
**SELF CHECK LIST**

ആശയം	പ്രതികരണം		
	ഉണ്ട്	ഇല്ല	ഭാഗികമായി
ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണം, ശിഷ്ടചാപത്തിലെ കോണം തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കണ്ടെത്താൻ കഴിയുന്നു.			
ചക്രീയ ചതുർഭുജത്തിന്റെ പ്രത്യേകത ഉപയോഗപ്പെടുത്തുവാൻ കഴിയുന്നു			
ഒരേ ചാപത്തിലെ കോണുകൾ തുല്യമാണെന്ന ധാരണ			
$PA \times PB = PC \times PD$ യുടെ എല്ലാ രീതികളും പ്രയോഗിക്കുവാൻ കഴിയുന്നു.			
അഭിന്നക നീളമുള്ള രേഖകൾ നിർമ്മിക്കുവാൻ കഴിയുന്നു.			
വൃത്തങ്ങളിലെ പ്രശ്നങ്ങൾ ചെയ്യുമ്പോൾ ആവശ്യമുള്ളിടങ്ങളിൽ പൈത്തഗോറസ് തത്വം കൃത്യമായി ഉപയോഗപ്പെടുത്തുവാൻ കഴിയുന്നു.			
സദൃശ ത്രികോണങ്ങൾ എന്ന ആശയം ഉപയോഗപ്പെടുത്തുവാൻ കഴിയുന്നു.			
സർവസമത്രികോണങ്ങളുടെ ആശയങ്ങൾ ഉപയോഗപ്പെടുത്തുവാൻ കഴിയുന്നു.			

### 3. സ്പർശരേഖകൾ

സ്പർശിച്ച് കൊണ്ട്.....,

- ♦ വൃത്തത്തിലെ ആരത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുവിൽ കൂടി വരക്കുന്ന ലംബരേഖ വൃത്തത്തിന്റെ സ്പർശരേഖയായിരിക്കും.
- ♦ വൃത്തത്തിന്റെ ഒരു ബാഹ്യബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് വരക്കുന്ന രണ്ട് സ്പർശരേഖകളുടേയും നീളങ്ങൾ തുല്യമായിരിക്കും.



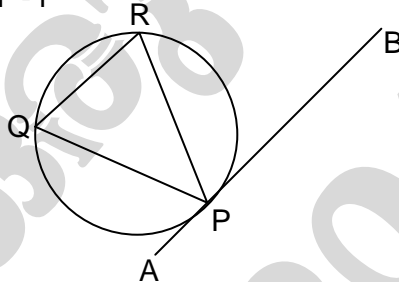
PQ വൃത്തത്തിന്റെ സ്പർശരേഖയാകുമ്പോൾ

$\Delta OQP$  മട്ടത്രികോണമാകുന്നു.

$$d = \sqrt{r^2 + l^2}$$

$$r = \sqrt{d^2 - l^2}$$

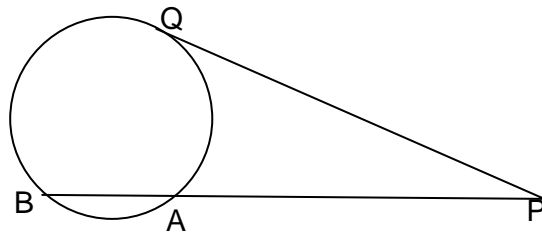
$$l = \sqrt{d^2 - r^2}$$



വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ കൂടി വരക്കുന്ന സ്പർശരേഖയും, സ്പർശബിന്ദുവിൽ കൂടി വരക്കുന്ന ഞാണും തമ്മിലുണ്ടാകുന്ന കോൺ, ഞാൺ അതിന്റെ മറുവണ്ണത്തിൽ ഉണ്ടാകുന്ന കോണിന് തുല്യമായിരിക്കും.

$$\angle BPR = \angle PQR$$

$$\angle APQ = \angle PRQ$$



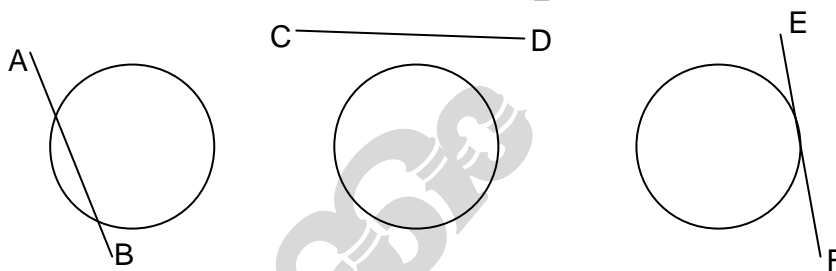
PQ വൃത്തത്തിലെ സ്പർശരേഖയായാൽ  $PA \times PB = PQ^2$  ആയിരിക്കും

- ♦ ഒരു കോണിന്റെ രണ്ട് വശങ്ങളെയും സ്പർശിച്ചുകൊണ്ട് അനേകം വൃത്തങ്ങൾ വരക്കാം. ഈ വൃത്തങ്ങളുടെ കേന്ദ്രങ്ങൾ കോണിന്റെ സമഭാജിയിലായിരിക്കും.
- ♦ ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് വശങ്ങളെയും സ്പർശിച്ചുകൊണ്ട് ഒരു വൃത്തം മാത്രം വരക്കാം. ഈ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം മൂന്നുകോണുകളുടേയും സമഭാജികളുടെ സംഗമബിന്ദുവിലായിരിക്കും.

**സെഷൻ 1**

**പ്രവർത്തനം 1**

അധ്യാപിക ബോർഡിൽ ചില ചിത്രങ്ങൾ പ്രദർശിപ്പിക്കുന്നു.

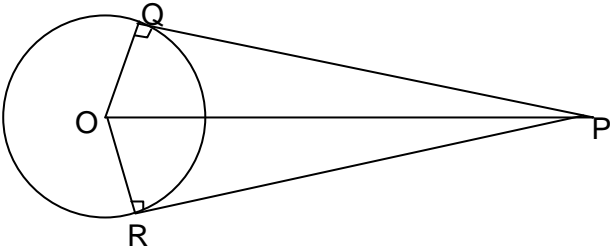


ചില ചോദ്യങ്ങളിലൂടെ മുന്നോട്ട് നയിക്കുന്നു.

- ♦ ചിത്രത്തിലെ ഏത് വരയാണ് വൃത്തത്തിന്റെ ഒരു സ്പർശരേഖയാകുന്നത്?
- ♦ ഈ വര വൃത്തത്തിന്റെ സ്പർശരേഖയാണെന്ന് എന്താണ് ഉറപ്പ്.
- ♦ എങ്കിൽ ഒരു വൃത്തം വരച്ച് അതിൽ ഒരു ബിന്ദുവിൽ കൂടി സ്പർശരേഖ നിർമ്മിക്കൂ.
- ♦ ഒരു വൃത്തം വരച്ച് അതിൽ സമാന്തരങ്ങളായ രണ്ട് സ്പർശരേഖകൾ വരക്കൂ
- ♦ ഒരു വൃത്തം വരച്ച് അതിൽ പരസ്പരം ലംബങ്ങളായ രണ്ട് സ്പർശരേഖകൾ വരക്കൂ. സ്പർശരേഖകൾ കൂട്ടി മുട്ടുന്ന ബിന്ദുവിൽ നിന്നും സ്പർശബിന്ദുവിലേക്കുള്ള ദൂരം അളന്നുനോക്കൂ.
- ♦ ഒരു വൃത്തം വരച്ച് അതിൽ പരസ്പരം ലംബങ്ങളോ, സമാന്തരങ്ങളോ അല്ലാത്ത രണ്ട് സ്പർശരേഖകൾ വരയ്ക്കും. സ്പർശരേഖകൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവിൽ നിന്നും സ്പർശ ബിന്ദുക്കളിലേക്കുള്ള ദൂരങ്ങൾ അളന്നുനോക്കി അതിന്റെ പ്രത്യേകത കണ്ടെത്തൂ.

(ഓരോ സന്ദർഭത്തിലും സ്പർശരേഖകൾ നിർമ്മിക്കുന്ന രീതി കൂട്ടികളിൽ നിന്നും രൂപപ്പെടുത്തി എടുക്കണം. സ്പർശരേഖകൾ സംഗമിക്കുന്ന ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് വരക്കുന്ന സ്പർശരേഖകളുടെ നീളങ്ങൾ ഓരോ ഗ്രൂപ്പിൽ നിന്നും ശേഖരിച്ച് പട്ടികപ്പെടുത്തി നീളങ്ങളുടെ പ്രത്യേകത കണ്ടെത്തണം.

- ◆ എല്ലാ കുട്ടികൾക്കുമായി ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന Work sheet വിതരണം ചെയ്യുന്നു.



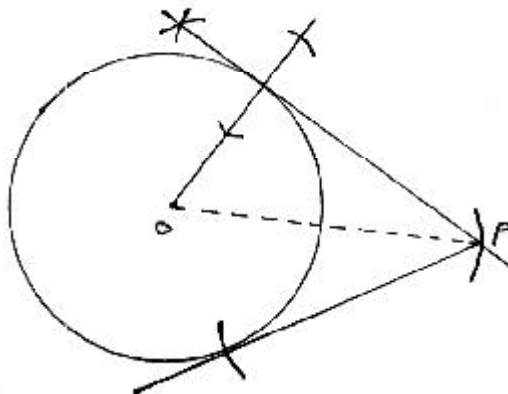
ചിത്രത്തിൽ 'O' വൃത്തകേന്ദ്രവും, PQ PR എന്നിവ സ്പർശരേഖകളുമാണ്.

- ◆  $\Delta OQP, \Delta ORP$  എന്നിവയുടെ പ്രത്യേകതകൾ എന്തൊക്കെയാണ്.
  - 
  - 
  -
- ◆ ആരം r ഉം,  $OP = d$  യും ആയാൽ
 

$PQ = \text{-----}$

$PR = \text{-----}$
- ◆ PQ, PR എന്നിവയുടെ നീളങ്ങളുടെ പ്രത്യേകത എന്ത്?
- ◆  $\angle OQP + \angle ORP$  എത്ര?
- ◆  $\angle RPQ + \angle ROQ$  എത്ര?
- ◆ " $\angle ROQ, \angle RPQ$  എന്നിവയുടെ പൊതു സമഭാജിയാണ് OP" പ്രതികരിക്കുക.

- ◆ 3 cm ആരമുള്ള വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ കൂടി സ്പർശരേഖ വരയ്ക്കുക. കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 5 cm അകലെ ഈ സ്പർശരേഖയിൽ ഒരു ബിന്ദു P അടയാളപ്പെടുത്തുക. P യിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് മറ്റൊരു സ്പർശരേഖ കൂടി നിർമ്മിക്കുക. രണ്ട് സ്പർശരേഖയുടേയും നീളങ്ങൾ അളന്നെഴുതുക.

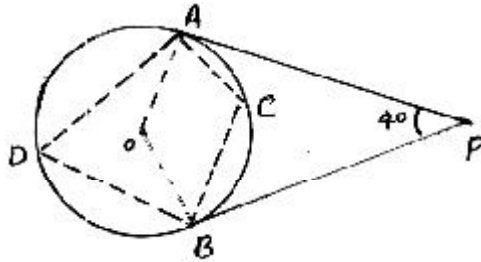


(വൃത്തത്തിന്റെ ബഹിർഭാഗത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് സ്പർശരേഖകൾ നിർമ്മിക്കുന്നതിന് പാഠപുസ്തകത്തിൽ നൽകിയ മാർഗത്തിന് പകരമാണിത്. പാഠപുസ്തകത്തിൽ നൽകിയ രീതിക്കൊപ്പം വേണം ഇതു ചർച്ചചെയ്യാൻ).



- ♦ 5 cm ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 13 cm അകലെയുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് വരക്കുന്ന സ്പർശരേഖകളുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.

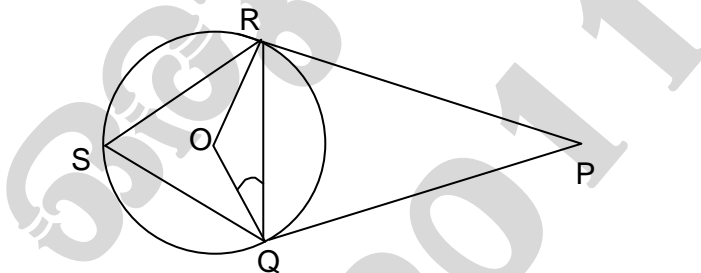
പ്രവർത്തനം 2



ചിത്രത്തിൽ  $\angle APB = 40^\circ$ . ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന കോണുകൾ കണ്ടെത്തുക.

- $\angle AOB$       •  $\angle OAP$       •  $\angle OBP$
- $\angle ADB$       •  $\angle ACB$
- ചാപം ACB യുടെ കേന്ദ്രകോൺ
- ചാപം ADB യുടെ കേന്ദ്രകോൺ

പ്രവർത്തനം 3

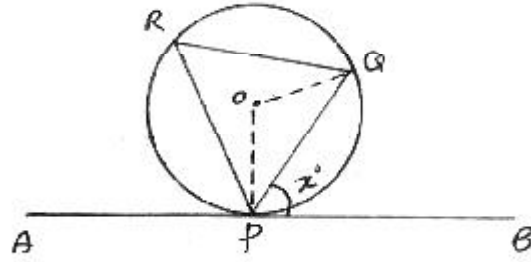


ചിത്രത്തിൽ PQ, PR എന്നിവ സ്പർശരേഖകളാണ്.  $\angle OQR = 25^\circ$ ,  $\angle RQS = 60^\circ$ . ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന കോണുകളുകൾ കണക്കാക്കുക.

- $\angle ORQ$       •  $\angle ROQ$       •  $\angle RPQ$       •  $\angle RSQ$
- $\angle OQS$       •  $\angle OSQ$       •  $\angle OSR$       •  $\angle ORS$
- $\angle ORP$       •  $\angle OQP$       •  $\angle PRQ$       •  $\angle PQR$
- $\angle PRQ$ ,  $\angle PQR$ ,  $\angle RSQ$  ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം?

പ്രവർത്തനം 4

'O' കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് P. AB എന്ന രേഖ P യിലൂടെയുള്ള ഒരു സ്പർശരേഖയാണ്. Q, R എന്നിവ വൃത്തത്തിലെ മറ്റു രണ്ട് ബിന്ദുക്കളാണ്.



$\angle BPQ = x^\circ$ .  $\angle PRQ$  കാണുന്നതിന് വേണ്ടി ചുവടെ നൽകിയിരിക്കുന്ന കോണുകൾ കണ്ടെത്തി നോക്കൂ.

$\angle OPB =$  .....

$\angle OPQ =$  .....

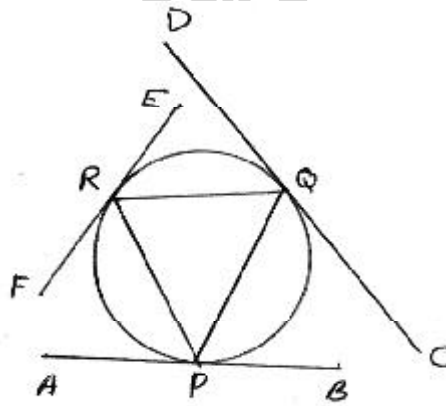
$\angle OQP =$  .....

$\angle POQ =$  .....

$\angle PRQ =$  .....

$\angle APR = y^\circ$  ആയാൽ  $\angle PQR$  ഈ രീതിയിൽ കണ്ടെത്തി നോക്കൂ.

**പ്രവർത്തനം 5**



ചിത്രത്തിൽ നിന്നും കോണളവുകൾ തുല്യമായ ഒമ്പത് ജോടി കോണുകൾ എഴുതുക.

- $\angle APR = \angle PQR$
- $\angle BPQ = \angle PRQ$

ഈ രീതിയിൽ ആറ് ജോടികൾ എഴുതാൻ പ്രയാസമില്ലല്ലോ.

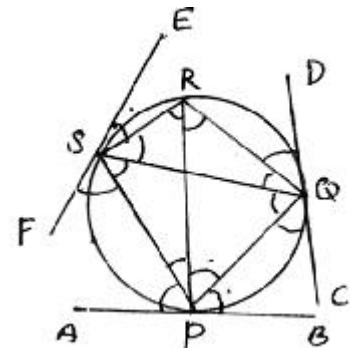
ഈ ജോടികളിൽ തന്നെ മറ്റു മൂന്നു ജോടികൾ ഒളിഞ്ഞ് കിടപ്പുണ്ട്.

**പ്രവർത്തനം 6**

ചിത്രത്തിൽ AB, C, EF എന്നിവ സ്പർശരേഖകളാണ്.

$\angle BPQ = 40^\circ$ ,  $\angle ESR = 30^\circ$ ,  $\angle RPQ = 50^\circ$  ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന കോണുകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

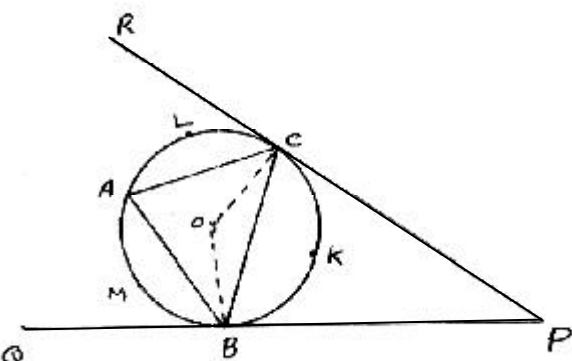
- $\angle RPS$     •  $\angle RQS$     •  $\angle PRQ$     •  $\angle PSQ$
- $\angle RSQ$     •  $\angle APS$     •  $\angle PSF$     •  $\angle BQP$
- $\angle RQD$     •  $\angle SPQ$     •  $\angle PQR$     •  $\angle QRS$
- $\angle PSR$



- ചാപം PQR ന്റെ കേന്ദ്രകോൺ
- ചാപം SRQ ന്റെ കേന്ദ്രകോൺ
- ചാപം PSR ന്റെ കേന്ദ്രകോൺ

**പ്രവർത്തനം 7**

ചിത്രത്തിൽ PQ, PR എന്നിവ സ്പർശരേഖകളും, B, C എന്നിവ സ്പർശബിന്ദുക്കളുമാണ്.  $\angle A = 50^\circ$  ആയാൽ ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നവ കാണുക.



- $\angle BOC$
- $\angle OBC$
- $\angle ACB$
- $\angle AOB$
- $\angle ALC$
- $\angle BPC$
- $\angle PBC$
- $\angle OCA$
- $\angle AOC$
- $\angle BMA$
- $\angle OCB$
- $\angle PCB$
- $\angle OBA$
- $\angle BKC$

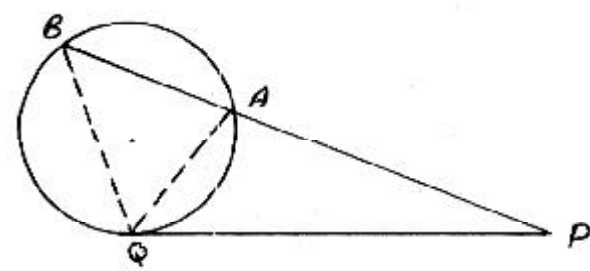
$\angle ABQ = 60^\circ$  ആയാൽ ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നവ കാണുക.

- $\angle ACB$
- $\angle AOB$
- $\angle ALC$

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചാപങ്ങളുടെ കേന്ദ്രകോൺ എഴുതുക.

- ചാപം BAC
- ചാപം ACB
- ചാപം ABC

**പ്രവർത്തനം 8**



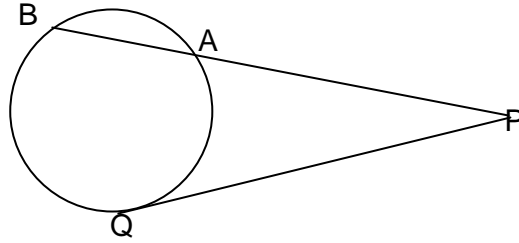
ചിത്രത്തിൽ PQ സ്പർശരേഖയും, Q സ്പർശ ബിന്ദുവുമാണ്. ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന പ്രസ്താവനകൾക്കുള്ള കാരണങ്ങൾ എഴുതുക.

- $\angle PQA = \angle PBQ$  : .....
- $\angle APQ = \angle BPQ$  : .....
- $\triangle PAQ \sim \triangle PQB$  : .....
- $PQ = PA$  : .....
- $\frac{PB}{PQ} = \frac{PQ}{PA}$

$PQ^2 = PA \times PB$  എന്ന കാരണം.

പ്രവർത്തനം 9 :

ചിത്രത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന പട്ടിക പൂർത്തീകരിക്കുക.



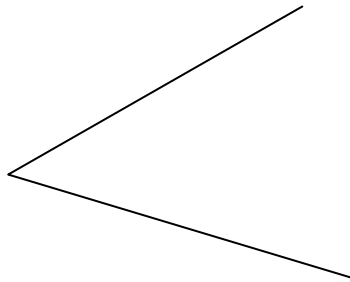
PA	PB	AB	PQ
3		9	
	16		8
		6	4
4		5	
		10	12
9			12

# സ്പർശരേഖ

## സെഷൻ 2

### പ്രവർത്തനം 1

കുട്ടികളുടെ വിവിധ ഗ്രൂപ്പുകൾ വിവിധ വലിപ്പത്തിലുള്ള വൃത്തങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കട്ടെ. അധ്യാപിക ബോർഡിൽ ഒരു കോണിന്റെ ചിത്രം വരയ്ക്കുന്നു.



കുട്ടികളോട് അവർ ഉണ്ടാക്കിയ വൃത്തം, ഈ കോണിന്റെ വശങ്ങൾ തൊട്ടുനിൽക്കത്ത രീതിയിൽ വെക്കാൻ ആവശ്യപ്പെടുക. തുടർന്ന് വൃത്തകേന്ദ്രം ബോർഡിൽ അടയാളപ്പെടുത്തണം. ഏതാനും കുട്ടികൾ അടയാളപ്പെടുത്തിയശേഷം ഒരു കുട്ടിയോട് അവന്റെ സങ്കല്പത്തിലുള്ള വൃത്തം കോണുകളുടെ വശങ്ങൾ തൊട്ടുനിൽക്കത്തക്ക രീതിയിൽ വെച്ചാൽ വൃത്ത കേന്ദ്രം അടയാളപ്പെടുത്താൻ പറയുക. തുടർന്ന് ആ വൃത്തത്തിന്റെ വലിപ്പം കൂടി കൊണ്ടിരുന്നാൽ വൃത്തകേന്ദ്രം എങ്ങനെ ചലിക്കും എന്നു ബോർഡിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുവാൻ ആവശ്യപ്പെടണം. (വൃത്തത്തിന്റെ വലിപ്പം കുറഞ്ഞുകൊണ്ടിരുന്നാലോ?)

(ഈ പ്രവർത്തനത്തിലൂടെ കോണിന്റെ വശങ്ങളെ സ്പർശിച്ചുകൊണ്ട് വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തങ്ങളുടെ കേന്ദ്രങ്ങൾ കോണിന്റെ സമഭാജിയിലായിരിക്കും എന്നു കണ്ടെത്തുവാൻ സാധിക്കും)

- ◆ ഒരു കോൺ വരച്ച് അതിന്റെ വശങ്ങൾ സ്പർശിച്ച് കൊണ്ട് ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക.
  - ആദ്യം ഒരു കോൺ വരയ്ക്കുക.
  - വൃത്തകേന്ദ്രം എവിടെ ആയിരിക്കും?
  - കോണിന്റെ സമഭാജി വരയ്ക്കുക.
  - വൃത്തകേന്ദ്രം അടയാളപ്പെടുത്തുക.
  - വൃത്തം കോണിന്റെ വശത്തിനെ എവിടെ സ്പർശിക്കും.
  - സ്പർശബിന്ദു നിർണ്ണയിക്കുക.
  - വൃത്തം വരയ്ക്കുക.
- ◆ 60° കോൺ വരയ്ക്കുക. കോണിന്റെ ശീർഷത്തിൽ നിന്നും 6 cm അകലെ ഒരു ബിന്ദു കേന്ദ്രമായി കോണിന്റെ വശങ്ങൾ സ്പർശിച്ച് കൊണ്ട് വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം കാണുക.

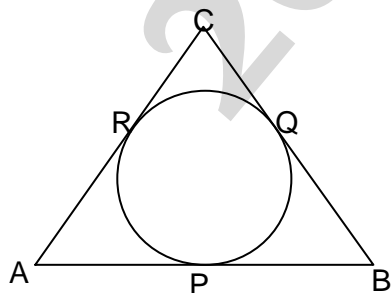
6 cm ന് പകരം വേറെയും ദൂരങ്ങൾ എടുത്ത് വൃത്തം വരച്ച് ആരം അളന്നു കണ്ടുപിടിക്കൂ. ആരവും, ദൂരവും തമ്മിൽ ഒരു ബന്ധം കണ്ടെത്തി നോക്കൂ.

60° കോണിന് പകരം വേറെയും കോണുകൾ വരച്ച് ബന്ധം കണ്ടെത്താമോ?

**പ്രവർത്തനം 2**

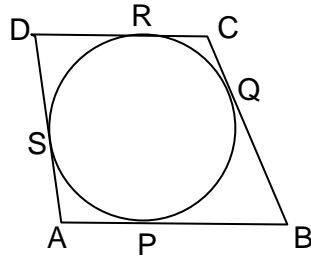
- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് വശങ്ങളെയും സ്പർശിച്ച് വൃത്തം വരക്കുക.
  - $\Delta ABC$  വരക്കുക
  - $\angle ABC$  യുടെ വശങ്ങളെ സ്പർശിച്ച് കൊണ്ട് വരക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം എവിടെ ആയിരിക്കും?
  - $\angle ABC$  യുടെ സമഭാജി വരക്കുക.
  - $\angle ACB$  യുടെ വശങ്ങളെ സ്പർശിക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം എവിടെ ആയിരിക്കും?
  - $\angle ACB$  യുടെ സമഭാജി വരക്കുക
  - AB, BC, AC എന്നീ വശങ്ങളെ സ്പർശിച്ച് കൊണ്ട് വരക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം എവിടെ ആയിരിക്കും.
  - വൃത്തം വശത്തിനെ സ്പർശിക്കുന്ന സ്പർശ ബിന്ദു എവിടെയാണ്.
  - അന്തർ വൃത്തം വരക്കുക.
- ♦  $\Delta ABC$  യിൽ  $AB = 8\text{ cm}$ ,  $\angle A = 70^\circ$ ,  $AC = 7\text{ cm}$  ത്രികോണം നിർമ്മിച്ച് അന്തർ വൃത്തം വരക്കുക. ആരം അളന്നെഴുതുക വേറെയും അളവുകൾ നൽകി അന്തർവൃത്തം വരക്കാൻ ആവശ്യപ്പെടുക.
- ♦ ഒരു സമഭുജ ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശം 6 cm ആണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തം വരച്ച് ആരം അളന്നെഴുതുക.

**പ്രവർത്തനം 3**



- ♦  $\Delta ABC$  യുടെ അന്തർ വൃത്തം AB, BC, AC എന്നീ വശങ്ങളെ P, Q, R എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ സ്പർശിക്കുന്നു.  $AP = 4\text{ cm}$ ,  $BQ = 6\text{ cm}$ ,  $CR = 5\text{ cm}$ . AB, BC, AC ഇവ കാണുക.
- ♦ മുകളിലത്തെ ചിത്രത്തിൽ  $AB = 10\text{ cm}$ ,  $BC = 12\text{ cm}$ ,  $AC = 16\text{ cm}$ , AP, BQ, CR ഇവ കാണുക.
- ♦ മുകളിലത്തെ ചിത്രത്തിൽ  $PA = 9\text{ cm}$ ,  $PB = 5\text{ cm}$  വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 2cm. AC, BC എന്നിവയുടെ നീളം കാണുക.

പ്രവർത്തനം 4

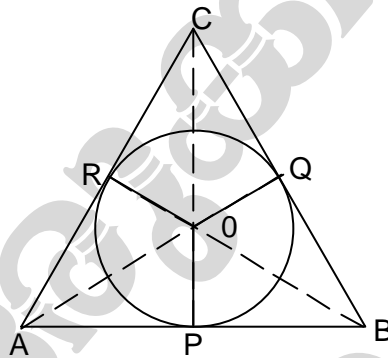


ചിത്രത്തിൽ ചതുർഭുജം ABCD യുടെ അന്തർവൃത്തം വശങ്ങളെ P, Q, R, S എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ സ്പർശിക്കുന്നു.  $AP = 3\text{ cm}$ ,  $BQ = 6\text{ cm}$ ,  $CR = 2\text{ cm}$ ,  $DS = 4\text{ cm}$ , AB, BC, CD, AD ഇവകാണുക  $AB + CD = AD + BC$  എന്നു തെളിയിക്കുക.

സെഷൻ 3

പ്രവർത്തനം 1

◆



ഒരു കാർഡ്ബോർഡ് ഷീറ്റിൽ ഒരു ത്രികോണം വെട്ടിയെടുത്ത് അതിന്റെ അന്തർവൃത്തം വരയ്ക്കുക. തുടർന്ന് OA, OB, OC, OP, OQ, OR എന്നിവയിലൂടെ ത്രികോണത്തെ വെട്ടിയെടുത്തു വേറെയും രീതിയിൽ ചേർത്ത് വെച്ച് ഒരു ചതുരമാക്കി മാറ്റുക. ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം അന്തർവൃത്തം ആരവുമായി എങ്ങനെ ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.

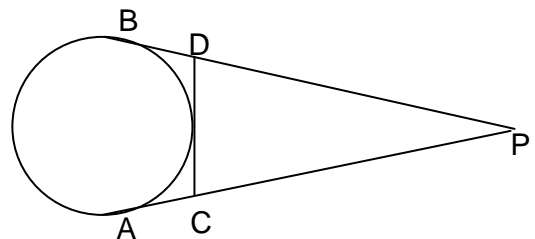
◆ ത്രികോണത്തിന് പകരം ചതുർഭുജം വെച്ച് അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം അന്തർവൃത്തം ആരവുമായി എങ്ങനെ ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു എന്നു കണ്ടെത്തുക.

പ്രവർത്തനം 2 :

ചിത്രത്തിൽ PA, PB, CD എന്നിവ സ്പർശരേഖകളാണ്.

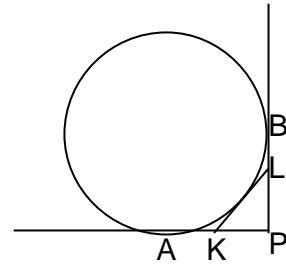
A, B ഇവ സ്പർശബിന്ദുക്കളുമാണ്.

$\Delta PDC$  യുടെ ചുറ്റളവ്  $PA + PB$  ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക.



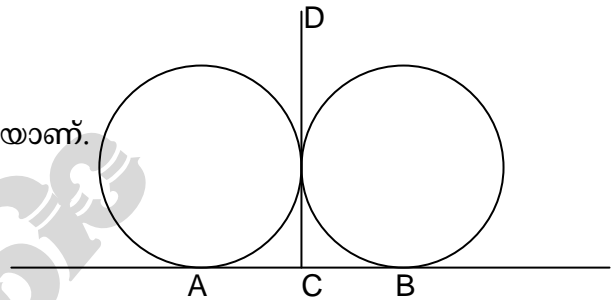
**പ്രവർത്തനം 3 :**

ചിത്രത്തിൽ PA, PB എന്നീ സ്പർശരേഖകൾ പരസ്പരം ലംബങ്ങളാണ്. KL മൂന്നാമതൊരു സ്പർശരേഖയാണ്.  $\Delta PKL$  ന്റെ ചുറ്റളവ് വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ് തെളിയിക്കുക.



**പ്രവർത്തനം 4**

ചിത്രത്തിൽ AB, CD എന്നിവ രണ്ട് വൃത്തങ്ങളുടേയും പൊതു സ്പർശരേഖയാണ്. AB യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ് C എന്ന് തെളിയിക്കുക.

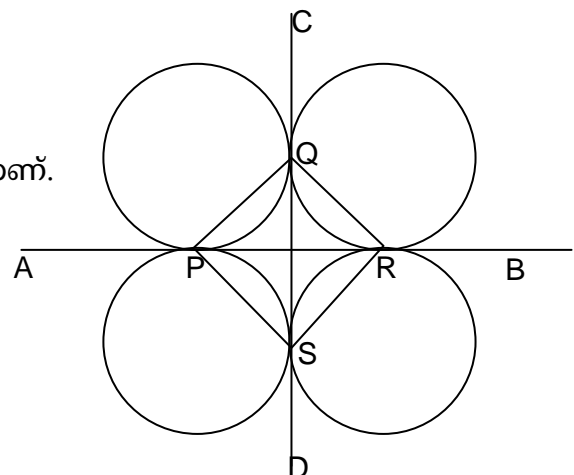


**പ്രവർത്തനം 5**

- ◆ 4cm ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 7 cm അകലെയുള്ള ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് രണ്ട് സ്പർശരേഖകൾ നിർമ്മിച്ച് നീളം അളന്നെഴുതുക.
- ◆ 5 cm ആരമുള്ള വൃത്തം വരയ്ക്കുക. കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 8 cm അകലെയുള്ള ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് രണ്ട് സ്പർശരേഖകൾ നിർമ്മിച്ച് നീളം അളന്നെഴുതുക.
- ◆  $\Delta PQR$  ൽ  $PQ = 7$  cm,  $PR = 6$  cm,  $QR = 8$  cm ത്രികോണം നിർമ്മിച്ച് അന്തർവൃത്തം വരച്ച് ആരം അളന്നെഴുതുക.
- ◆  $\Delta XYZ$  ൽ  $XY = XZ = 6$  cm,  $\angle X = 70^\circ$  ത്രികോണം നിർമ്മിച്ച് അന്തർവൃത്തം വരച്ച് ആരം അളന്നെഴുതുക.

**പ്രവർത്തനം 6**

ചിത്രത്തിൽ AB, CD എന്നിവ രണ്ട് വൃത്തങ്ങളുടേയും പൊതു സ്പർശരേഖകളാണ്. PQRS ഒരു സാമാന്തരികമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.





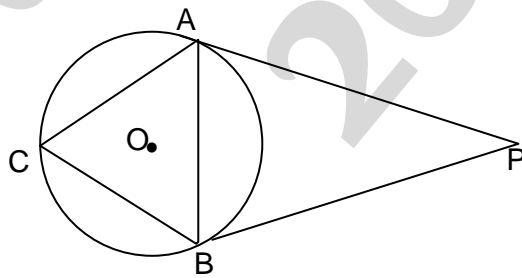
## സ്പർശരേഖ - മൂല്യനിർണ്ണയം

സമയം : 45 മിനിറ്റ്

സ്കോർ : 20

1. ഒരു വൃത്തം വരച്ച് അതിൽ സമാന്തരങ്ങളായ രണ്ട് സ്പർശരേഖകൾ നിർമ്മിക്കുക. 3
2. ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 13 cm അകലെയുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് വരക്കുന്ന സ്പർശരേഖക്ക് 5 cm നീളം ഉണ്ട്.
  - വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര?
  - ഇതേ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 15cm അകലെയുള്ള ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് വരക്കുന്ന സ്പർശരേഖക്ക് എന്ത് നീളം കാണും 4
3.  $\angle ABC$  യുടെ അന്തർവൃത്തം AB, BC, AC എന്നീ വശങ്ങളെ P, Q, R എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ സ്പർശിക്കുന്നു. 3  
 $AB = 8$  cm,  $BC = 12$ cm,  $AC = 14$ cm . AP എത്ര?
4. 3cm ആരമുള്ള വൃത്തം വരക്കുക. കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 7 cm അകലെയുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് രണ്ട് സ്പർശരേഖകൾ നിർമ്മിക്കുക. സ്പർശരേഖയുടെ നീളം അളന്നെഴുതുക. 3
5.  $\triangle ABC$  യിൽ  $AB = 7$ cm,  $\angle A = 60^\circ$ ,  $\angle B = 50^\circ$ . ത്രികോണം നിർമ്മിച്ച് അന്തർവൃത്തം വരച്ച് ആരം അളന്നെഴുതുക. 3

6.



ചിത്രത്തിൽ  $\angle P = 40^\circ$   $\angle PAB$ ,  $\angle PBA$ ,  $\angle ACB$ , ചാപം ABC യുടെ കേന്ദ്രകോൺ എന്നിവ കാണുക. 4

**SELF CHECK LIST**

ആശയം	പ്രതികരണം		
	ഉണ്ട്	ഇല്ല	ഭാഗികമായി
സ്പർശരേഖയും, സ്പർശബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള ആരവും പരസ്പരം ലംബമായിരിക്കുന്നു എന്ന ആശയം			
വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ കൂടി സ്പർശരേഖ വരക്കുന്നതിന് ആ ബിന്ദുവിൽ കൂടിയുള്ള ആരത്തിന് ലംബം വരച്ചാൽ മതി.			
വൃത്തത്തിന്റെ ബഹിർ ഭാഗത്തുള്ള ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേക്ക് രണ്ട് സ്പർശരേഖകൾ വരക്കാം എന്ന ആശയം			
സ്പർശരേഖയും സ്പർശബിന്ദുവിൽ കൂടിയുള്ള ഞാണും തമ്മിലുള്ള കോൺ മറുഖണ്ഡത്തിലെ കോണിന് തുല്യമാണ്.			
$PA \times PB = PC^2$ എന്ന ആശയം			
കോണിന്റെ വശങ്ങളെ സ്പർശിച്ചുകൊണ്ട് വൃത്തം വരക്കാൻ കഴിയുന്നു.			
ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തം വരക്കാൻ കഴിയുന്നു.			
ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളും, അന്തർവൃത്തവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം			

### 4. രേഖീയ സംഖ്യകൾ

ഈ അദ്ധ്യായത്തിലൂടെ

- ◆ സംഖ്യാരേഖയിൽ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.
- ◆ രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കേവല വിലയുടെ ചിഹ്നം ഉപയോഗിച്ച് എഴുതുക.
- ◆ രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുക.

#### പ്രവർത്തനം 1

കുട്ടികൾ ഒരു നിശ്ചിത നീളമുള്ള ഈർക്കിൽ ക്ഷണം മുറിച്ചെടുക്കുക. Note Book ൽ ഈ ഈർക്കിൽ ക്ഷണത്തിന്റെ നീളം വരയ്ക്കുക. വീണ്ടും ഈർക്കിൽ ക്ഷണം ഈ വരയോട് ചേർത്തുവെച്ച് വരയുടെ നീളം ഇരട്ടിയാക്കുക. ഈ രീതിയിൽ ആറ് തുല്യ ഭാഗങ്ങളുള്ള ഒരു വര വരയ്ക്കുക.



ഈ വരയിൽ ഈർക്കിലിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കളായി വരുന്ന ഏത് രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലവും, ആരംഭ ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് ഓരോ ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള അകലവും ചർച്ച ചെയ്യാം. അപ്പോൾ ആരംഭ ബിന്ദുവിനെ ഏത് സംഖ്യകൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കാം? ന്യൂന സംഖ്യകൾ എങ്ങനെ അടയാളപ്പെടുത്താം? തുടങ്ങിയ കാര്യങ്ങൾ ചർച്ചചെയ്യാം. ഈർക്കിൽ ക്ഷണത്തിന്റെ പകുതി നീളം പൂജ്യത്തിനോട് ചേർത്തുവെച്ചാൽ ഏതു സംഖ്യയുടെ സ്ഥാനമാണ് കിട്ടുന്നത്? പകുതിയുടെ പകുതി നീളം പൂജ്യത്തിനോട് ചേർത്തു വെച്ചാൽ ഏതു സംഖ്യയുടെ സ്ഥാനമാണ് കിട്ടുന്നത്?

തുടർന്ന്  $1\frac{1}{2}$ ,  $3\frac{1}{2}$ ,  $4\frac{1}{4}$ ,  $5\frac{3}{4}$ , തുടങ്ങിയ ഭിന്നങ്ങളുടെ സംഖ്യാരേഖയിലെ സ്ഥാനം ചർച്ച ചെയ്യാം. സംഖ്യകളുടെ ന്യൂനങ്ങളും ചർച്ചചെയ്യാം.

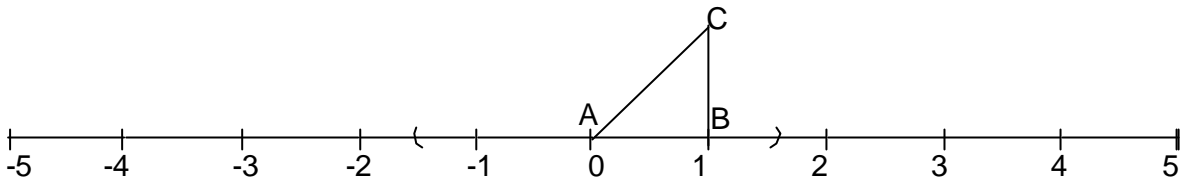
പിന്നീട്  $1/3$ ,  $2/5$ ,  $4/7$ ,  $7/10$  തുടങ്ങിയവയും അവയുടെ ന്യൂനങ്ങളും ചർച്ചചെയ്യാം.

0.5, 1.5, 1.8, 3.5 എന്നിവയും ന്യൂനങ്ങളും ചർച്ച ചെയ്യാം.

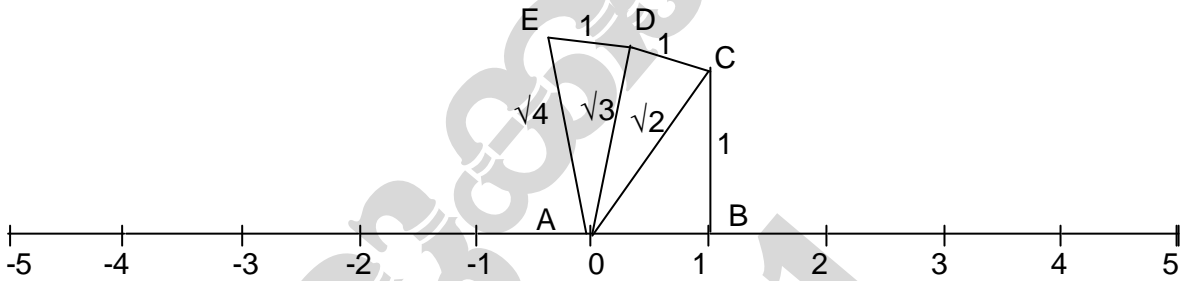
\* താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സംഖ്യകളുടെ സ്ഥാനം സംഖ്യാരേഖയിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക.  
 $4.3$ ,  $5.7$ ,  $8.8$ ,  $2\frac{1}{2}$ ,  $5\frac{1}{4}$ ,  $6\frac{3}{10}$ ,  $7\frac{4}{5}$ , (സ്ഥാനമായ ചോദ്യങ്ങൾ Assignment ആയി നൽകാവുന്നതാണ്).

പ്രവർത്തനം - 2

സംഖ്യാരേഖയിൽ  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$  തുടങ്ങിയ അഭിന്നകങ്ങളുടെ സ്ഥാനം കണ്ടെത്തുക.



AB യ്ക്ക് ലംബമായ ഒരു യൂണിറ്റ് നീളത്തിൽ BC വരുക. AC യോജിപ്പിക്കുക. A കേന്ദ്രവും AC ആരവുമായി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തം (അർദ്ധവൃത്തം) സംഖ്യാരേഖയെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. പൂജ്യത്തിന് വലതു വശത്തുള്ള ബിന്ദു  $\sqrt{2}$  നേയും ഇടതു വശത്തുള്ള ബിന്ദു  $-\sqrt{2}$  നേയും സൂചിപ്പിക്കുന്നു.



AC യ്ക്ക് ലംബമായി ഒരു യൂണിറ്റ് നീളത്തിൽ CD വരയ്ക്കുക. A കേന്ദ്രവും AD ആരവുമായി വരയ്ക്കുക വൃത്തം (അർദ്ധവൃത്തം) സംഖ്യാരേഖയെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. പൂജ്യത്തിന് വലതുവശത്തുള്ള ബിന്ദു  $+\sqrt{3}$  നേയും ഇടതുവശത്തുള്ള ബിന്ദു  $-\sqrt{3}$  നേയും സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

ഇതേ ക്രമത്തിൽ  $\sqrt{4}$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{6}$  തുടങ്ങിയ സംഖ്യകളുടെ സ്ഥാനം സംഖ്യാരേഖയിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുന്ന വിധം ചർച്ചചെയ്യാം.

\* ഒരു സംഖ്യാ രേഖ വരച്ച്  $\sqrt{6}$  ന്റെ സ്ഥാനം അടയാളപ്പെടുത്തുക.

**മറ്റൊരു മാർഗ്ഗം**

$$\left(\frac{n+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{n-1}{2}\right)^2 = (\sqrt{n})^2 \quad \text{ആണല്ലോ}$$

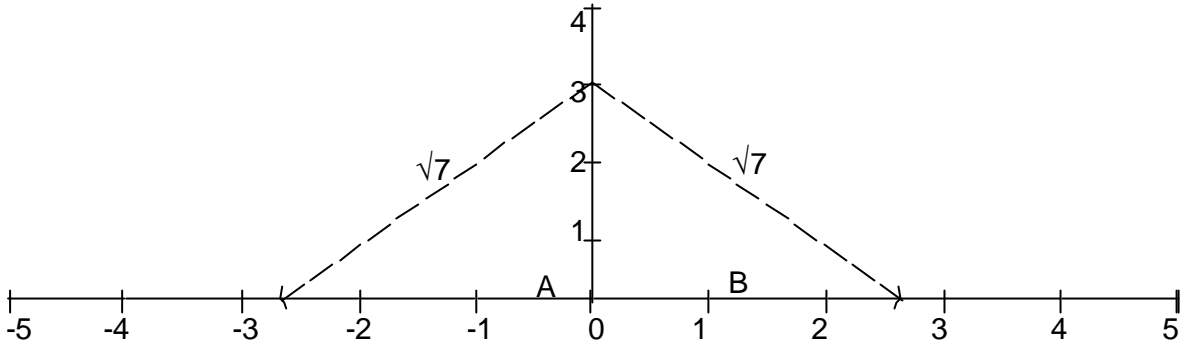
ഈ സമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച്  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$  തുടങ്ങിയ സംഖ്യകളുടെ സ്ഥാനം എളുപ്പത്തിൽ സംഖ്യാരേഖയിൽ അടയാളപ്പെടുത്താം.

ഉദാഹരണമായി  $\sqrt{7}$  ന്റെ സ്ഥാനം അടയാളപ്പെടുത്തണം എന്ന് കരുതുക.

$n = 7$  എന്നെടുത്താൽ, സമവാക്യത്തിൽ നിന്നും

$$4^2 - 3^2 = (\sqrt{7})^2 \text{ എന്ന് കിട്ടുന്നു.}$$

പരസ്പരം ലംബമായ രണ്ട് സംഖ്യാരേഖകൾ വരയ്ക്കുക. ലംബരേഖയിലെ 3 എന്ന ബിന്ദു കേന്ദ്രവും 4 യൂണിറ്റ് ആരവുമായി വരയ്ക്കുന്ന ചാപം സംഖ്യാരേഖയെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ  $\sqrt{7}$ ,  $-\sqrt{7}$  എന്നിവയെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.



\* മുകളിൽ സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന മാർഗ്ഗം ഉപയോഗിച്ച്  $\sqrt{8}$  ന്റെ സ്ഥാനം സംഖ്യാരേഖയിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

പ്രവർത്തനം 3

കേവല വില എന്ന ആശയം

ഒരു സംഖ്യാരേഖ വരയ്ക്കുക. പൂജ്യത്തിൽ നിന്ന് 3 ലേക്കുള്ള അകലം എത്ര? (3 യൂണിറ്റ്)

ഇത്  $|3| = 3$  എന്ന് എഴുതാം.

പൂജ്യത്തിൽ നിന്ന് -3 ലേക്കുള്ള അകലം എത്ര? (3 യൂണിറ്റ്)

ഇത്  $|-3| = 3$  എന്ന് എഴുതാം.

കൂടുതൽ ഉദാഹരണങ്ങൾ ചർച്ചചെയ്ത് കേവല വില എന്ന ആശയം ഉറപ്പിക്കാം.

$|2|$ ,  $|-2|$ ,  $|-4|$ ,  $|-5|$ ,  $|6|$ ,  $|-7|$  തുടങ്ങിയവ വിശദീകരിക്കാൻ ആവശ്യപ്പെടാം.

$|x|$  വിശദീകരിക്കുക.

$|x| = 4$  എന്ന് എഴുതിയാൽ അതിന്റെ അർത്ഥം എന്താണ്? കുട്ടികളുമായി ചർച്ചചെയ്യാം

$|x| = 4$  ആയാൽ, ഒരു സംഖ്യാ രേഖവരച്ച്  $x$  ന്റെ വില കണ്ടെത്തുക.

\* താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഓരോന്നിലും , സംഖ്യാ രേഖ വരച്ച്  $x$  ന്റെ സ്ഥാനം അടയാളപ്പെടുത്തുക.

1.  $|x| = 2$
2.  $|x| = 5$
3.  $|x| = 6$

**പ്രവർത്തനം 4**

സംഖ്യാരേഖയിൽ 3 എന്ന സംഖ്യയിൽനിന്ന് 5 എന്ന സംഖ്യയിലേയ്ക്കുള്ള അകലം എത്ര? (2 യൂണിറ്റ്)

5 എന്ന സംഖ്യയിൽ നിന്ന് 3 ലേക്കുള്ള അകലം എത്ര? (2 യൂണിറ്റ്)

അപ്പോൾ 3, 5 എന്നീ സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം  $|5 - 3|$  അല്ലെങ്കിൽ  $|3 - 5|$  എന്ന് എഴുതാം.

അപ്പോൾ  $|x - 2|$  എന്നാൽ എന്താണ്?

$|x - 2| = 3$  ആയാൽ ഒരു സംഖ്യാരേഖവരച്ച്  $x$  ന്റെ വിലകൾ കാണുക.

$|x + 2|$  എന്നാൽ എന്ത്? ചർച്ച ചെയ്യാം.

തുടർന്ന്  $|x + 2| = 3$  ആയാൽ സംഖ്യാരേഖ വരച്ച്  $x$  ന്റെ വില കാണുന്ന പ്രവർത്തനം നടത്താം.

\* താഴെപ്പറയുന്നവയിൽ  $x$  ന്റെ വില കാണുക.

1)  $|x - 1| = 2$

2)  $|x - 3| = 3$

3)  $|x + 1| = 3$

4)  $|x + 3| = 4$

**പ്രവർത്തനം 5**

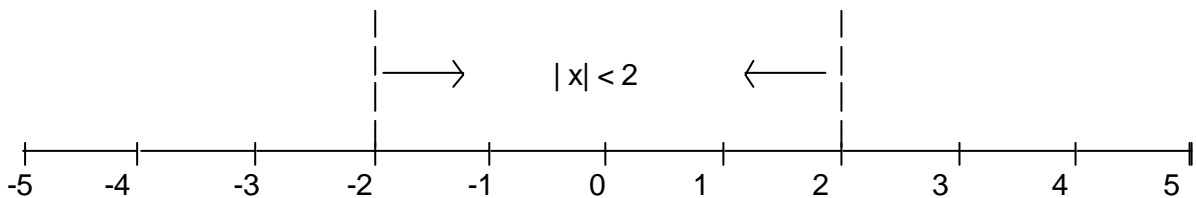
$|x| < 2$  എന്ന പ്രസ്താവനയുടെ അർത്ഥം കുട്ടികളുമായി ചർച്ച ചെയ്യാം.

പൂജ്യത്തിൽ നിന്ന്  $x$  ലേക്കുള്ള അകലം 2 ൽ കുറവാണ് അപ്പോൾ  $x$  എന്ന സംഖ്യ പൂജ്യത്തിന് ഇടത്തോ വലത്തോ ആകാം.

2, -2 എന്നീ സംഖ്യകൾ പൂജ്യത്തിൽ നിന്നും 2 യൂണിറ്റ് അകലെയാണല്ലോ.

അപ്പോൾ  $x$  എന്ന സംഖ്യ -2 നും 2 നും ഇടയ്ക്കുള്ള ഏത് സംഖ്യയും ആകാം.

ഇത് ചിഹ്നം ഉപയോഗിച്ച്  $-2 < x < 2$  എന്നോ  $|x| < 2$  എന്നോ എഴുതാം.



\* താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഓരോന്നിലും സംഖ്യാ രേഖ വരച്ച്  $x$  ഉൾപ്പെടുന്ന ഭാഗം അടയാളപ്പെടുത്തുക.

1.  $|x| < 3$
2.  $|x| < 4$
3.  $|x| > 5$
4.  $|x| > 2$  എങ്ങനെ അടയാളപ്പെടുത്താം ?
5.  $|x| > 3$  അടയാളപ്പെടുത്തുക.

**പ്രവർത്തനം 6**

$|x - 1| = |x - 3|$  എന്ന സമവാക്യം കുട്ടികളുമായി ചർച്ച ചെയ്യാം.

1 ൽ നിന്ന്  $x$  ലേക്കുള്ള അകലവും 3 ൽ നിന്ന്  $x$  ലേക്കുള്ള അകലവും തുല്യമാണ്.

അപ്പോൾ  $x$  ന്റെ സ്ഥാനം എവിടെയാണ്?

1 ന്റെയും 3 ന്റെയും മധ്യത്തിൽ വരുന്ന സംഖ്യയാണ്  $x$  എന്ന രീതിയിലുള്ള ചർച്ച നടക്കണം.

അപ്പോൾ  $x$  എത്ര?

$$x = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

\* ചുവടെയുള്ള ഓരോന്നിലും  $x$  കാണുക.

- 1)  $|x - 2| = |x - 4|$
- 2)  $|x - 6| = |x - 4|$
- 3)  $|x - 1| = |x - 7|$
- 4)  $|x - 3| = |x - 4|$

$|x + 1| = |x + 5|$  എന്ന സമവാക്യവും ചർച്ച ചെയ്യണം. തന്നിരിക്കുന്ന സമവാക്യം.

ഇത്  $|x - (-1)| = |x - (-5)|$  എന്ന് എഴുതാം.

$$\text{അപ്പോൾ } x = \frac{-1 + -5}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

\* ചുവടെയുള്ള ഓരോന്നിലും  $x$  ന്റെ വില കാണുക.

- 1)  $|x + 2| = |x + 6|$
- 2)  $|x + 4| = |x + 8|$
- 3)  $|x + 6| = |x - 4|$
- 4)  $|x - 3| = |x + 7|$
- 5)  $|x - 1| = |x - 3|, |y - 2| = |y - 4|, |k - x| = |k - y|$  ആയാൽ  $k$  യുടെ വില കാണുക.

**പ്രവർത്തനം 7**

സംഖ്യാരേഖയിൽ  $x, y$  എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം  $|x - y|$  ആണ് എന്ന ആശയം കുട്ടികളിൽ ഉറപ്പിക്കണം.

\* സംഖ്യാരേഖയിൽ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുക.

- |          |           |            |
|----------|-----------|------------|
| 1) 6, 4  | 5) 4, -3  | 9) -2, -6  |
| 2) 2, 5  | 6) 6, -1  | 10) -1, -7 |
| 3) 5, 11 | 7) -8, 6  | 11) -3, -3 |
| 4) 3, -1 | 8) -10, 5 | 12) -5, -7 |

**പ്രവർത്തനം 8**

$x = 2, y = 8$  ആയാൽ  $|x|$  എത്ര?  $|y|$  എത്ര?

$|x| + |y|$  എത്ര?  $|x + y|$  എത്ര തുടങ്ങിയ ചോദ്യങ്ങളിലൂടെ  $|x + y|, |x| + |y|$  എന്നിവ താരതമ്യം ചെയ്യുന്നതിനുള്ള ശേഷി കുട്ടികളിൽ വളർത്തണം.

- a)  $x = 6, y = 4$  എന്നീ വിലകൾ എടുത്ത് താരതമ്യം ചെയ്യാം.
- b)  $x = -3, y = -6$  എന്നീ വിലകൾ എടുത്തും താരതമ്യം ചെയ്യാം.

\* താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഓരോന്നിലും  $|x + y|, |x| + |y|$  എന്നിവ കണ്ടുപിടിച്ച് താരതമ്യം ചെയ്യുക.

- |                    |                     |
|--------------------|---------------------|
| 1) $x = 4, y = 7$  | 5) $x = -3, y = 6$  |
| 2) $x = 1, y = 10$ | 6) $x = -2, y = 10$ |
| 3) $x = 7, y = -2$ | 7) $x = -4, y = -5$ |
| 4) $x = 9, y = -3$ | 8) $x = -6, y = -4$ |

**പ്രവർത്തനം 9**

\* സംഖ്യാരേഖയിൽ 2 എന്ന ബിന്ദു കേന്ദ്രമാക്കി 5 യൂണിറ്റ് ആരത്തിൽ വരച്ച വൃത്തം സംഖ്യാരേഖയിലെ ഏതെല്ലാം ബിന്ദുക്കളിലൂടെ കടന്നു പോകും?

\* 3 യൂണിറ്റ് ആരമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം സംഖ്യാരേഖയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ്. വൃത്തം സംഖ്യാരേഖയിലെ 7 എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നു പോകുന്നു എങ്കിൽ വൃത്തകേന്ദ്രം ആകാവുന്ന സംഖ്യകൾ ഏവ? വൃത്തം കടന്നു പോകുന്ന മറ്റ് ബിന്ദുക്കൾ ഏവ?

\* ഒരു സമഭുജ ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശം സംഖ്യാരേഖയിലാണ്. ഈ വശത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കൾ  $-4, 3$  എന്നീ സംഖ്യകളെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു എങ്കിൽ ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് എത്ര?



## രേഖീയ സംഖ്യകൾ - മൂല്യനിർണ്ണയം

സമയം : 45 മിനിറ്റ്

സ്കോർ : 20

1. ഒരു സംഖ്യാ രേഖ വരച്ച് അതിൽ  $\frac{4}{5}$ ,  $-\frac{3}{10}$ ,  $5\frac{3}{4}$  എന്നിവ അടയാളപ്പെടുത്തുക. 3
  
2. സംഖ്യാരേഖയിൽ  $\sqrt{5}$  ന്റെ സ്ഥാനം കണ്ടെത്തുക 3
  
3. താഴെപ്പറയുന്ന ഓരോന്നിലും, സംഖ്യാരേഖവരച്ച്  $x$  ന്റെ സ്ഥാനം അടയാളപ്പെടുത്തുക.
  - i)  $|x| = 7$  2
  - ii)  $|x + 4| = 2$  2
  - iii)  $|x| < 5$  2
  
4.  $|x + 1| = |x - 5|$  ആയാൽ  $x$  ന്റെ വില എന്ത്? 2
  
5. സംഖ്യാരേഖയിൽ -5, 6 ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലമെന്ത്? 2
  
6.  $x = -4$ ,  $y = -3$  ആയാൽ  $|x|$ ,  $|y|$ ,  $|x+y|$ ,  $|x-y|$  എന്നിവ കാണുക.  
 $|x + y| = |x| + |y|$   
 $|x - y| = |x| - |y|$  എന്നിവ ഇവിടെ ശരിയാകുന്നുണ്ടോ എന്നു പരിശോധിക്കുക. 4

**Self Check List**

ആശയങ്ങൾ	പ്രതികരണങ്ങൾ		
	ഉണ്ട്	ഇല്ല	ഭാഗികം
സംഖ്യാരേഖയിൽ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക			
സംഖ്യാരേഖയിൽ $\sqrt{2}, \sqrt{3}$ തുടങ്ങിയ അഭിന്നകങ്ങളുടെ സ്ഥാനം കണ്ടെത്തുക			
കേവല വില എന്ന ആശയം			
ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കേവല വിലയുടെ ചിഹ്നം ഉപയോഗിച്ച് എഴുതുക			
സംഖ്യാരേഖ വരച്ച് 'x' ഉൾപ്പെടുന്ന ഭാഗം അടയാളപ്പെടുത്തുക.			
കേവലവില എന്ന ആശയം ഉപയോഗിച്ച് 'x' ന്റെ വില കാണുക			
സംഖ്യാരേഖയിലെ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം			
കേവലവില എന്ന ആശയം ഉപയോഗിച്ച് താരതമ്യം			
സംഖ്യാരേഖയിലെ ബിന്ദുക്കളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി പൊതുവായ പ്രശ്നങ്ങൾ			

## 5. ദ്വിമാന സമവാക്യങ്ങൾ

ഈ അദ്ധ്യായത്തിലൂടെ

- ◆ ദ്വിമാന സമവാക്യങ്ങളിൽ നിന്നും നിർദ്ധാരണ മൂല്യം കാണുന്നു.
- ◆ ദ്വിമാന സമവാക്യത്തിന്റെ സാമാന്യ രൂപം
- ◆ ദ്വിമാന സമവാക്യത്തിന്റെ വിവേചകം
- ◆ വിവേചകത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി മൂല്യങ്ങളുടെ സ്വഭാവം നിർണ്ണയിക്കുന്നു.
- ◆ ഒരു ദ്വിമാന സമവാക്യത്തിന്റെ സാമാന്യ രൂപമായ  $ax^2 + bx + c = 0$  എന്ന സമവാക്യത്തിൽ
  - i)  $b^2 - 4ac$  ഒരു ന്യൂനസംഖ്യയായാൽ നിർദ്ധാരണമൂല്യമില്ല (രേഖീയ സംഖ്യകൾക്ക് മൂല്യങ്ങളില്ല).
  - ii)  $b^2 - 4ac = 0$  ആയാൽ മൂല്യങ്ങൾ രണ്ടും തുല്യമാണ്.
  - iii)  $b^2 - 4ac$  ഒരു അധിസംഖ്യയായാൽ മൂല്യങ്ങൾ രണ്ടും വ്യത്യസ്തമാണ്.
- ◆ ഭാഷാവാക്യങ്ങളെ ഗണിത വാക്യങ്ങളാക്കി മാറ്റിനിർദ്ധാരണം ചെയ്താൽ ഒരു സംഖ്യ  $x$  ആയാൽ,
  - i) സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗം -  $x^2$
  - ii) രണ്ട് മടങ്ങ്, മൂന്ന് മടങ്ങ് തുടങ്ങിയവ -  $2x, 3x, \dots$
  - iii) തുടർച്ചയായ രണ്ട് എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ -  $x, x + 1$
  - iv) തുടർച്ചയായ രണ്ട് ഒറ്റ സംഖ്യകൾ  
അല്ലെങ്കിൽ രണ്ട് ഇരട്ടസംഖ്യകൾ -  $x, x + 2$
  - v) ഒരു സംഖ്യയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമവും -  $x, 1/x$
- ◆ മട്ടത്രികോണത്തിൽ  $(പാദം)^2 + (ലംബം)^2 = (കർണ്ണം)^2$   
 ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 2 നീളം + 2 വീതി  
 ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = നീളം x വീതി  
 ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം =  $\frac{1}{2}$  x പാദം x ലംബം

**സെഷൻ 1**

**പ്രവർത്തനം - 1**

ഗണിതവാക്യം നേരിട്ട് നൽകി മൂല്യം കാണുന്നു. സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗങ്ങളുടെ പട്ടിക കാണിക്കുന്ന ഒരു ചാർട്ട് ക്ലാസ്സിൽ പ്രദർശിപ്പിക്കാം. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സമവാക്യങ്ങൾ വിശദമായി ചർച്ചചെയ്തതിനുശേഷം അക്ഷരങ്ങളുടെ വില കണ്ടെത്തുക.

- |                   |                     |                      |
|-------------------|---------------------|----------------------|
| 1) $x^2 = 36$     | 6) $p^2 + 4 = 40$   | 11) $3x^2 - 2 = 25$  |
| 2) $y^2 = 16$     | 7) $2x^2 = 18$      | 12) $5x^2 + 2 = 82$  |
| 3) $a^2 = 49$     | 8) $3x^2 = 75$      | 13) $(x + 1)^2 = 36$ |
| 4) $x^2 + 1 = 26$ | 9) $4x^2 = 36$      | 14) $(y - 2)^2 = 49$ |
| 5) $x^2 - 3 = 61$ | 10) $2x^2 + 1 = 51$ | 15) $(x + 5)^2 = 81$ |

**പ്രവർത്തനം - 2**

$x^2 + 8x - 9 = 0$  എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ മൂല്യം കാണുന്നതിനുള്ള വിവിധ ഘട്ടങ്ങൾ ചുവടെ കൊടുക്കുന്നു. ഘട്ടങ്ങൾ പൂർത്തീകരിച്ച്  $x$ ന്റെ വിലകൾ കാണുക.

$$\begin{aligned}
 x^2 + 8x - 9 &= 0 \\
 x^2 + 8x &= \square \\
 x^2 + 8x + \square &= \square + \square \\
 (x + \square)^2 &= \square \\
 x + \square &= \square \text{ അല്ലെങ്കിൽ } \square \\
 x &= \square \text{ അല്ലെങ്കിൽ } \square
 \end{aligned}$$

◆ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സമവാക്യങ്ങൾ മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന രീതിയിൽ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക.

- 1)  $x^2 - 10x - 24 = 0$
- 2)  $x^2 + 14x - 32 = 0$
- 3)  $x^2 - 12x + 20 = 0$

**പ്രവർത്തനം - 3**

ഒരു ഭാഷാവക്യം അവതരിപ്പിക്കുന്നു.

രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം 5 ഉം അവയുടെ ഗുണനഫലം 24 ഉം ആയാൽ സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെയാണ്?

ഒരു സംഖ്യ  $x$  ആയാൽ രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യ എത്ര? ( $x - 5$  അല്ലെങ്കിൽ  $x + 5$ )

രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യ  $x - 5$  ആയാൽ അവയുടെ ഗുണനഫലം എങ്ങനെ എഴുതാം?

$[x(x - 5)]$

അപ്പോൾ ഗണിത സമവാക്യം എങ്ങനെ എഴുതാം?  $[x(x - 5) = 24$  ആയാൽ  $x^2 - 5x = 24]$

അപ്പോൾ  $x$  ന്റെ വില എത്രയാണ്?

ഇവിടെ ഒരു സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് വില കണ്ടുപിടിക്കാം. അതിന് മുമ്പായി സമവാക്യങ്ങൾ സാമാന്യരൂപത്തിൽ എഴുതണം. ഒരു ദ്വിമാന സമവാക്യത്തിന്റെ സാമാന്യരൂപം  $ax^2 + bx + c = 0$  എന്ന രൂപത്തിലാണ്.

ഇവിടെ  $a, b, c$  എന്നിവ എന്തിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു തുടങ്ങിയ കാര്യങ്ങൾ കൂട്ടികളുമായി ചർച്ച ചെയ്യാം. തുടർന്ന് പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

ദ്വിമാന സമവാക്യം	സാമാന്യ രൂപം	a	b	c
$x^2 + 4x = 40$				
$x^2 + x = 4$				
$x^2 + 2 = 4x$				
$x^2 = 24 - 8x$				
$3x^2 - 4x = 10$				
$2x^2 - 1 = 4x$				
$2x^2 = 5x$				
$3x^2 = 1$				
$2x^2 + 3x = 5 - 4x$				
$x^2 + 2x + 1 = 4$				

♦ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സമവാക്യങ്ങളെ  $ax^2 + bx + c = 0$  എന്ന രൂപത്തിലേക്ക് മാറ്റി a, b, c എന്നിവ കാണുക.

- 1)  $3x^2 + 4x = 5$
- 2)  $x(x + 7) = 8$
- 3)  $2x(3x + 4) = 10$
- 4)  $(3x - 2)^2 = 14$
- 5)  $x(x-1) = 3x(3x + 4)$
- 6)  $x - 1/x = 7$
- 7)  $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x} = 2$

**പ്രവർത്തനം 4**

ഒരു ദ്വിമാന സമവാക്യത്തിന്റെ വിവേചകം

ദ്വിമാന സമവാക്യത്തിന്റെ വിവേചകം എന്താണ് എന്ന് വ്യക്തമാക്കിയ ശേഷം കുട്ടികളെ ആറ് ഗ്രൂപ്പുകൾ ആക്കുക. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന worksheet നൽകാം വിവചകം, പോസിറ്റീവ് ആണോ? നെഗറ്റീവ് ആണോ? പൂജ്യം ആണോ എന്നുകൂടി എഴുതണം.

സമവാക്യം	സാമാന്യരൂപം $ax^2 + bx + c = 0$	a	b	c	വിവേചകം $b^2 - 4ac$	പോസിറ്റീവ് / നെഗറ്റീവ് /പൂജ്യം
$x^2 + 12 = 7x$						
$x^2 - 4x = 12$						
$x^2 + 4x + 3 = 0$						
$x^2 + 9 = 6x$						
$x^2 + 16 = 8x$						
$x^2 + 4x + 4 = 0$						
$x^2 + 4x = 0$						
$x^2 = 9$						
$x^2 + 3x + 4 = 0$						
$2x^2 + 2 = 5x$						
$2x^2 + 5x + 2 = 0$						
$6x^2 + 1 = 5x$						

**സെഷൻ 2**

**പ്രവർത്തനം 5**

ഒരു ദ്വിമാന സമവാക്യത്തിന്റെ മൂല്യം കാണുന്നതിനുള്ള സൂത്രവാക്യം കുട്ടികൾക്ക് പരിചയമുണ്ട്. സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിക്കേണ്ടത് എങ്ങനെ എന്നതിനെക്കുറിച്ച് ചർച്ച ചെയ്യണം. ഒരു ദ്വിമാന സമവാക്യത്തിന്റെ മൂല്യങ്ങളുടെ സ്വഭാവം മനസ്സിലാക്കാൻ  $b^2 - 4ac$  യുടെ വില പരിശോധിച്ചാൽ മതി എന്ന് കുട്ടികൾക്ക് അറിയാം. അതിനാൽ സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിക്കുന്നതിനുമുമ്പ് വിവേചകം കണ്ടുപിടിയ്ക്കേണ്ടതിന്റെ പ്രാധാന്യം കുട്ടികളെ ബോധ്യപ്പെടുത്തണം.

മൂന്ന് ചോദ്യങ്ങൾ കുട്ടികളുമായി ചർച്ചചെയ്യാം.

നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക.

- 1)  $x^2 - 6x = 7$
- 2)  $x^2 + 25 = 10x$
- 3)  $x^2 - 4x + 3 = 0$

തുടർന്ന് കുട്ടികളെ ആറ് ഗ്രൂപ്പുകൾ ആക്കുക. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പത്ത് ചോദ്യങ്ങൾ വീതം ഓരോ ഗ്രൂപ്പിനും നൽകുക.

- |                         |                          |
|-------------------------|--------------------------|
| 1) $x^2 + 10x + 21 = 0$ | 6) $x^2 - 3x + 3 = 0$    |
| 2) $x^2 + 9x + 8 = 0$   | 7) $3x^2 + 7 = 13x + 3$  |
| 3) $x^2 - 4x - 21 = 0$  | 8) $3x^2 + 2x + 3 = 12x$ |
| 4) $x^2 + x = 0$        | 9) $2x^2 + 5x = 4x + 1$  |
| 5) $x^2 - 4x + 4 = 0$   | 10) $x^2 + x + 1 = 0$    |

- ◆ മൂല്യങ്ങളില്ലാത്ത ഒരു ദ്വിമാന സമവാക്യം എഴുതുക.
- ◆ ഒരു മൂല്യമുള്ള ദ്വിമാന സമവാക്യം എഴുതുക.
- ◆ രണ്ട് വ്യത്യസ്ത മൂല്യങ്ങളുള്ള സമവാക്യം എഴുതുക.
- ◆  $x^2 + kx - 10 = 0$  എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ ഒരു മൂല്യം 5 ആയാൽ k യുടെ വില കാണുക.
- ◆  $x^2 + kx + 25 = 0$  എന്ന സമവാക്യത്തിന് ഒരു മൂല്യം മാത്രമേ ഉള്ളൂ എങ്കിൽ k യുടെ വില എന്ത്?

**പ്രവർത്തനം 6**

- 1) ഒരു സംഖ്യയുടേയും അതിനോട് 4 കൂട്ടിയതിന്റേയും ഗുണനഫലം 96 ആയാൽ സംഖ്യ ഏതാണ്?
- 2) രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം 5 ഉം അവയുടെ ഗുണനഫലം 66 ഉം ആയാൽ സംഖ്യകൾ ഏവ?
- 3) അടുത്തടുത്ത രണ്ട് ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം 63 ആയാൽ സംഖ്യകൾ ഏവ?
- 4) ഒരു എണ്ണൽ സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗത്തിനോട് ആ സംഖ്യയുടെ 3 മടങ്ങ് കൂടിയപ്പോൾ 70 കിട്ടിയെങ്കിൽ സംഖ്യ ഏത്?
- 5) ഒരു എണ്ണൽ സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗത്തിനോട് ആ സംഖ്യയുടെ തൊട്ടടുത്ത സംഖ്യയുടെ 5 മടങ്ങ് കൂടിയപ്പോൾ 71 കിട്ടിയെങ്കിൽ സംഖ്യ ഏത്?

**പ്രവർത്തനം 7**

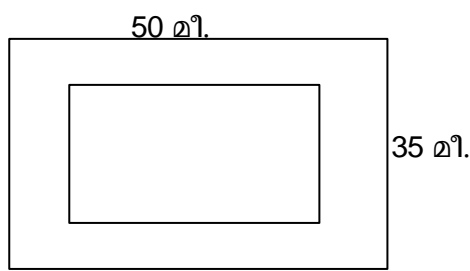
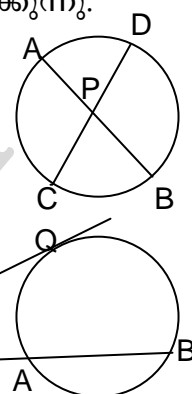
- 1) ഒരു സംഖ്യയുടേയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റേയും തുക  $2/5$  ആകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്? ഈ തുക  $5/2$  ആയാൽ സംഖ്യ ഏത്?
- 2) രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ തുക 18 ഗുണനഫലം 77 ആയാൽ സംഖ്യകൾ ഏവ?  
(സൂചന : സംഖ്യകൾ  $9 + x, 9 - x$  എന്ന് എടുക്കാം)
- 3) വ്യത്യാസം 6 ആയ രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം 216 ആയാൽ സംഖ്യകൾ ഏവ?  
(സൂചന : സംഖ്യകൾ  $x + 3, x - 3$  എന്ന് എടുക്കാം)
- 4) രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ തുക 14 ആയാൽ അവയുടെ ഗുണനഫലം 56 ആകുമോ?  
(സൂചന :  $(7 + x)(7 - x) = 56$  എന്ന് എഴുതാം)
- 5) 36 സെ.മീ. ചുറ്റളവും 350 ച.സെ.മീ വിസ്തീർണ്ണമുള്ള ഒരു ചതുരം നിർമ്മിക്കാൻ സാധിക്കുമോ? ഉത്തരം സാധൂകരിക്കുക.

**പ്രവർത്തനം 8**

- 1) ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം, വീതിയേക്കാൾ 4 സെ.മീ. കൂടുതലാണ്. ചതുരത്തിന്റെ വികർണം 20 സെ.മീ. ആയാൽ നീളവും വീതിയും കാണുക.
- 2) ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ പാദത്തിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങിനേക്കാൾ 4 സെ.മീ. കൂടുതലാണ് ലംബം. ലംബത്തേക്കാൾ 2 സെ.മീ. കൂടുതലാണ് കർണ്ണം. എങ്കിൽ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ കണക്കാക്കുക.
- 3) പൊതുവ്യത്യാസം 2 ആയ സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തേയും രണ്ടാമത്തേയും പദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലത്തോട് 1 കൂട്ടിയാൽ 9 കിട്ടുമെങ്കിൽ ശ്രേണി എഴുതുക.
- 4) 4, 7, 10, ..... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ എത്ര പദങ്ങളുടെ തുകയാണ് 650
- 5) ആദ്യത്തെ എത്ര എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ കൂട്ടിയാൽ 153 കിട്ടും?

**പ്രവർത്തനം - 9**

- 1)  $S = ut + \frac{1}{2}at^2$  എന്ന സൂത്രവാക്യത്തിൽ  $S = 24$ ,  $U = 4$ ,  $a = 8$  ആയാൽ 't' യുടെ വില കാണുക.
- 2) ചിത്രത്തിൽ AB, CD എന്നീ ഞാണുകൾ P യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.  
 $PA = 12$  സെ.മീ.  $PB = 4$  സെ.മീ.  
 $CD = 14$  സെ.മീ.  
 ആയാൽ PD കണക്കാക്കുക.
- 3) ചിത്രത്തിൽ PQ ഒരു സ്പർശ രേഖയാണ്.  
 $PQ = 8$  സെ.മീ.  $AB = 4$  സെ.മീ.  
 ആയാൽ PA കണക്കാക്കുക.
- 4) 20 സെ.മീ. പാർശ്വോന്നതിയുള്ള ഒരു വൃത്തസ്തുപികയുടെ ഉന്നതി ആരത്തേക്കാൾ 4 സെ.മീ. കൂടുതലാണ്. എങ്കിൽ അതിന്റെ ആരമെത്ര?
- 5) (5, 3) എന്ന ബിന്ദുവിൽ നിന്നും 18 യൂണിറ്റ് അകലെ x അക്ഷത്തിലുള്ള ബിന്ദുവിന്റെ നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.
- 6) 50 മീറ്റർ നീളവും 35 മീറ്ററും വീതിയുമുള്ള ചതുരാകൃതിയായ തോട്ടത്തിന് അകത്തായി നിശ്ചിത വീതിയിൽ ഒരു പാതയുണ്ട്. പാത കഴിച്ചുള്ള സ്ഥലത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 1000 ച.മീ. ആയാൽ പാതയുടെ വീതി എത്ര?



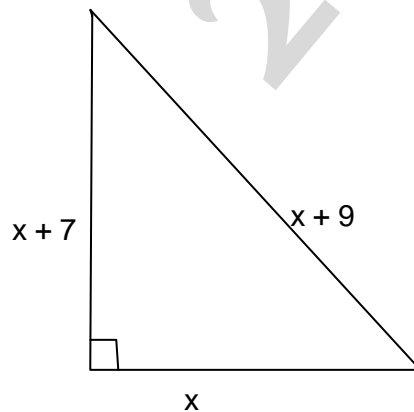


## ദിമാന സമവാക്യങ്ങൾ - മൂല്യനിർണ്ണയം

സമയം : 45 മിനിറ്റ്

സ്കോർ : 20

1. മൂല്യം കാണുക. :  $3x^2 \times 4 = 151$  2
2.  $3x^2 + 4x - 1 = 4x^2 - 3x - 2$  എന്ന സമവാക്യത്തെ സാമാന്യരൂപത്തിൽ എഴുതി a, b, c എന്നിവ കാണുക. 1
3.  $4x^2 - 5 = 5x - 4$  എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ വിവേചകം കാണുക. മൂല്യങ്ങളുടെ സ്വഭാവം നിർണ്ണയിക്കുക. 2
4. മൂല്യങ്ങളില്ലാത്ത ഒരു ദിമാന സമവാക്യം എഴുതുക. ഒരു മൂല്യമുള്ള ദിമാന സമവാക്യം എഴുതി അതിന്റെ മൂല്യം കാണുക.
5. നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക
  - 1)  $2x^2 - 6x + 8 = x^2 - 3x$  2
  - 2)  $2x^2 - 3x = 0$  2
  - 3)  $x^2 - 2x - 20 = 16 - 2x$  2
6. ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും 18 സെ.മീ. 12 സെ.മീ. എന്നിവയാണ്. അതിന്റെ നീളവും വീതിയും x സെ.മീ. വർദ്ധിച്ചപ്പോൾ വിസ്തീർണ്ണം 432 ച.സെ.മീ. ആയാൽ x ന്റെ വില എന്ത്? 3
7. ചിത്രത്തിലെ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ കണക്കാക്കുക. 3



**SELF CHECK LIST**

ആശയങ്ങൾ	പ്രതികരണങ്ങൾ		
	ഉണ്ട്	ഇല്ല	ഭാഗികം
ഗണിതവാക്യത്തിൽ നിന്നും മൂല്യം കാണുക			
വർഗ്ഗം പൂർത്തിയാക്കി മൂല്യം കാണുക			
ദിമാന സമവാക്യത്തിന്റെ സാമാന്യരൂപം			
ദിമാനസമവാക്യത്തിന്റെ വിവേചകം			
വിവേചകത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി മൂല്യങ്ങളുടെ സ്വഭാവം നിർണ്ണയിക്കൽ			
ഭാഷാവാക്യങ്ങളെ ഗണിതവാക്യങ്ങളാക്കി മാറ്റി നിർദ്ധാരണം ചെയ്യൽ			
ജ്യോമിതിയിലെ പ്രശ്നങ്ങൾ ദിമാന സമാവാക്യം രൂപീകരിച്ച് നിർദ്ധാരണം ചെയ്യൽ			

### 6. ഘനരൂപങ്ങൾ

#### സെഷൻ 1

#### സമചതുര സ്തൂപികയിലൂടെ

പാദത്തിൽ നിന്ന് ശീർഷത്തിലേയ്ക്കുള്ള ലംബ ദൂരം സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ഉന്നതി -h.

പാദവശം - a

പാർശ്വമുഖത്തിന്റെ ഉന്നതിയാണ് പാർശ്വോന്നതി - l

പാർശ്വവക്ട് - e

പാദവികർണ്ണം - d

ഈ അളവുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധങ്ങൾ

$$l^2 = h^2 + (a/2)^2$$

$$e^2 = l^2 + (a/2)^2$$

$$e^2 = h^2 + (d/2)^2$$

പാദമുഖ വിസ്തീർണ്ണം =  $a^2$

പാർശ്വമുഖവിസ്തീർണ്ണം =  $\frac{1}{2} \times$  പാദചുറ്റളവ്  $\times$  പാർശ്വോന്നതി =  $2al$ .

ഉപരിതല വിസ്തീർണ്ണം = പാദ വിസ്തീർണ്ണം + പാർശ്വമുഖ വിസ്തീർണ്ണം =  $a^2 + 2al$

വക്കുകൾ എല്ലാം തുല്യമായ ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖങ്ങൾ സമഭുജ ത്രികോണങ്ങൾ ആയിരിക്കും

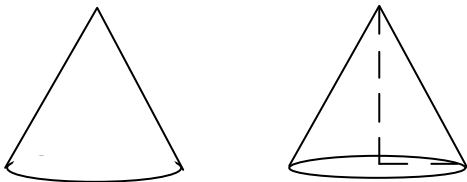
ഈ സ്തൂപികയുടെ പാർശ്വോന്നതി =  $\sqrt{3}/2$

ഈ സ്തൂപികയുടെ ഉന്നതി =  $a/\sqrt{2}$

സമചതുര സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം =  $1/3a^2h$

#### വൃത്തസ്തൂപികയിലൂടെ

ഒരു സെക്ടർ വളച്ച് വൃത്ത സ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കാം. ഇതിന്റെ പാദം വൃത്തമാണ്.



സ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കാൻ ഉപയോഗിച്ച സെക്ടറിന്റെ ആരമാണ് വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വോന്നതി.

സെക്ടറിന്റെ ചാപ നീളമാണ് വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദ ചുറ്റളവ്.

സെക്ടറിന്റെരം R ആയാൽ സെക്ടറിന്റെ ചാപനീളം =  $(x/360) \times 2\pi R$

സെക്ടറിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം =  $(x^\circ/360) \times \pi R^2$

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം അതിന്റെ ശീർഷത്തിൽ നിന്ന് പാദത്തിലേക്കുള്ള ലംബദൂരമാണ്.

ഉന്നതി - h

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വോന്നതി - l

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദത്തിന്റെ ആരം - r

ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം -  $l^2 = h^2 + r^2$

പാദ ചുറ്റളവ് =  $2\pi r$

പാദവിസ്തീർണ്ണം =  $\pi r^2$

വക്രമുഖ വിസ്തീർണ്ണം =  $\pi rl$

ഉപരിതല വിസ്തീർണ്ണം = പാദവിസ്തീർണ്ണം + വക്രമുഖ വിസ്തീർണ്ണം  
 =  $\pi r^2 + \pi rl = \pi r (r + l)$

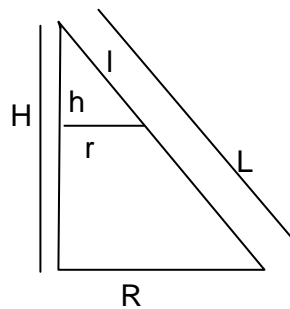
വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം =  $1/3 \pi r^2 h$

കട്ടിയായ ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ മുകൾഭാഗത്തുനിന്ന് ചെറിയ ഒരു വൃത്തസ്തൂപിക മുറിച്ചുമാറ്റിയാൽ ശേഷിക്കുന്ന ഭാഗം വൃത്തസ്തൂപികാപീഠം.

ആദ്യത്തെ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തത്തിൽ നിന്ന് മുറിച്ചുമാറ്റിയ ചെറിയ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കുറച്ചാൽ വൃത്തസ്തൂപികാപീഠത്തിന്റെ വ്യാപ്തം കിട്ടും.

ചെറിയ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം r, ഉയരം h, പാർശ്വോന്നതി l ഉം വലിയ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം R, ഉയരം H, പാർശ്വോന്നതി L ഉം ആയാൽ ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.

$$\frac{r}{R} = \frac{h}{H} = \frac{l}{L}$$



**സെഷൻ 2**

**ഗോളം, അർദ്ധഗോളം ഇവയിലൂടെ**

ആരം r ആയ ഒരു ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല വിസ്തീർണ്ണം =  $4 \pi r^2$

ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം  $4/3 \pi r^3$

r ആരം ആയ ഒരു അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല വിസ്തീർണ്ണം

=  $2\pi r^2 + \pi r^2 = 3\pi r^2$

അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം =  $2/3 \pi r^3$

**പ്രവർത്തനങ്ങൾ**

- ♦ താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക.

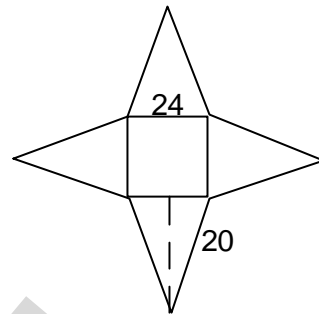
a	h	l
6	4	-
10	-	13
-	24	25

e	l	a
10	8	-
17	-	16
-	15	16

h	d	e
-	14	25
12	-	15
15	40	-

- ♦ 18cm പാദവക്കും 41cm പാർശ്വാനതിയുമുള്ള ഒരു സമചതുര സ്തുപികയുടെ ഉന്നതി കാണുക.

പാർശ്വമുഖ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക  
 ഉപരിതല വിസ്തീർണ്ണം കാണുക  
 വ്യാപ്തം കാണുക.



- ♦ സമചതുര സ്തുപികയുടെ നിർത്തിവെച്ച രൂപം തന്നിരിക്കുന്നു. ഈ സ്തുപികയുടെ ഉപരിതല വിസ്തീർണ്ണവും വ്യാപ്തവും കാണുക.

- ♦ ഒരു സമചതുരസ്തുപികയുടെ വക്കുകളുടെ നീളങ്ങളുടെ തുക 96cm ആണ്. വക്കുകളെല്ലാം തുല്യമായ ഈ സമചതുരസ്തുപികയുടെ ഉന്നതി കാണുക. പാർശ്വാനതി കാണുക.

- ♦ 576 ച.സെ. പാദവിസ്തീർണ്ണമുള്ള ഒരു സമചതുരസ്തംഭത്തിൽ നിന്നും മുറിച്ചുമാറ്റാവുന്ന ഏറ്റവും വലിയ സമചതുരസ്തുപികയുടെ ഉയരം 16 cm ആണെങ്കിൽ ആ സ്തുപികയുടെ ഉപരിതല വിസ്തീർണ്ണം, വ്യാപ്തം എന്നിവ കാണുക.

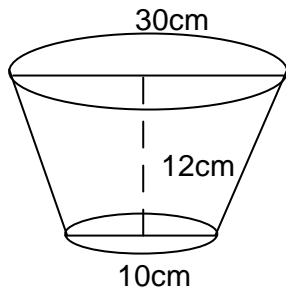
- ♦ 60° കോണളവും 24cm ആരവുമുള്ള ഒരു സെക്ടർ വെട്ടി രാമു ഒരു വൃത്തസ്തുപിക ഉണ്ടാക്കി. വൃത്തസ്തുപികയുടെ ആരം എത്ര? ഉന്നതി എത്ര? വക്രമുഖ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക?

- ♦ 60π ച.സെ. വിസ്തീർണ്ണമുള്ള ഒരു സെക്ടർ വളച്ച് ഉണ്ടാക്കുന്ന വൃത്ത സ്തുപികയുടെ വക്രമുഖ വിസ്തീർണ്ണം എത്ര? ഈ സ്തുപികയുടെ പാർശ്വാനതി 10 cm ആണെങ്കിൽ സ്തുപികയുടെ ആരം എത്ര? വ്യാപ്തം കാണുക?

- ♦ 1500 ഘന. സെ.മീ. വ്യാപ്തമുള്ള ഒരു വൃത്തസ്തുപികയുടെ ഉയരം 20cm

ആയാൽ ഇതിന്റെ ആരം എത്ര? വക്രമുഖ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക?

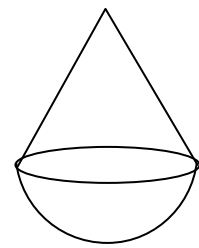
- ♦ ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദചുറ്റളവ് 25.12cm ഉം പാർശ്വോന്നതി 5 cm ഉം ആണെങ്കിൽ ഈ സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കാണുക. ഈ സ്തൂപികയുടെ പുറം പൊതിയാൻ ആവശ്യമായ കടലാസിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം എത്ര?
- ♦ പാദവിസ്തീർണ്ണം  $81\pi$  ച.സെ.മീ. ഉന്നതി 12 cm ഉം ഉള്ള ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തവും, ഉപരിതലവിസ്തീർണ്ണവും കാണുക.
- ♦ ചിത്രത്തിലെ തൊട്ടിയുടെ വ്യാപ്തം കാണുക.



- ♦ 50 cm വ്യാസമുള്ള ഒരു കട്ടിയായ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ മുകളിൽ നിന്നും 30cm ഉന്നതിയും 10 cm ആരവുമുള്ള ഒരു വൃത്ത സ്തൂപിക മുറിച്ചു മാറ്റി ജോണി ഇരിക്കാൻ ഒരു വൃത്ത സ്തൂപികാപീഠം ഉണ്ടാക്കി. ഈ ഇരിപ്പിടത്തിന്റെ ഉന്നതി എത്രയായിരിക്കും.
- ♦ 40 cm വ്യാസവും 25 cm പാർശ്വോന്നതിയുമുള്ള ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ മുകളിൽ നിന്നും 8cm ആരമുള്ള ഒരു വൃത്ത സ്തൂപിക മുറിച്ചുമാറ്റിയാൽ ശേഷിക്കുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ വ്യാപ്തം കാണുക.

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- ♦  $2304\pi$  ച.സെ.മീ. വ്യാപ്തമുള്ള ഒരു ഗോളത്തെ 2 അർദ്ധഗോളങ്ങളാക്കി. അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം കാണുക.
- ♦ 12cm ആരമുള്ള ഒരു ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം, ഉപരിതല വിസ്തീർണ്ണം ഇവ കാണുക.
- ♦ 10 cm ആരമുള്ള ഒരു കട്ടിയായ ഗോളത്തെ ഉറുക്കി അതേ ആരമുള്ള കട്ടിയായ വൃത്ത സ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കി. ഈ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉന്നതി എത്ര?
- ♦ ചിത്രത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്ന രൂപത്തിന്റെ വ്യാപ്തം കാണുക.  
പൊതുവ്യാസം 24 cm ഉം, വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉന്നതി 9 cm ഉം ആണ്.



- ♦ ഒരു സിലിണ്ടറിന് രണ്ട് അഗ്രമുഖങ്ങളിലായി അതേ വ്യാസമുള്ള രണ്ട് അർദ്ധഗോളങ്ങൾ ചേർത്ത് വെച്ചിരിക്കുന്നു. ഇതിന്റെ ആകെ നീളം 25 cm ഉം, ആരം 4 cm ഉം ആണ് വ്യാപ്തം കാണുക.



- ♦ ഒരു സിലിണ്ടറിന്റെ ഒരു അറ്റത്ത് അതേ വ്യാസമുള്ള ഒരു അർദ്ധഗോളവും മറ്റേ അറ്റത്ത് അതേ വ്യാസമുള്ള ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയും ചേർത്ത് വെച്ച് സലിം ഒരു റോക്കറ്റിന്റെ മാതൃക ഉണ്ടാക്കി. റോക്കറ്റിന്റെ ആകെ നീളം 150cm അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ ആരം 25cm ഉം സ്തൂപികയുടെ ഉന്നതി 24cm ഉം ആണ് എങ്കിൽ ഈ രൂപത്തിന്റെ വ്യാപ്തം കാണുക.



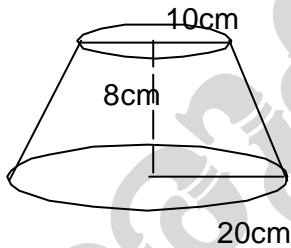
### ഘനരൂപങ്ങൾ - മൂല്യനിർണ്ണയം

സമയം : 45 മിനിറ്റ്

സ്കോർ : 20

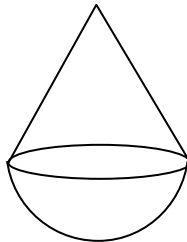
- 1. ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ പാദവക്കിന്റെ നീളം 10 cm ഉം, ഒരു പാർശ്വമുഖത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം  $35\text{cm}^2$  ആണ്. ഈ സ്തൂപികയുടെ ഉയരം എത്ര? വ്യാപ്തം കാണുക? 3
- 2.  $432\pi$  ഘന.സെ.മീ. വ്യാപ്തമുള്ള ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉന്നതി 9cm ആയാൽ ഇതിന്റെ ഉപരിതലവിസ്തീർണ്ണം കാണുക?

- 3. ചിത്രത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്ന പാത്രത്തിന്റെ വ്യാപ്തം കാണുക. 5  
മുകളിലത്തെ ആരം 10cm



- 4. 6 cm ആരമുള്ള ഒരു ഗോളം മുറിച്ച് 2 അർദ്ധഗോളങ്ങളാക്കി. ഗോളത്തിന്റെയും അർദ്ധഗോളത്തിന്റെയും ഉപരിതലവിസ്തീർണ്ണങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം കാണുക. 2

- 5. താഴെതന്നിരിക്കുന്ന രൂപത്തിന്റെ വ്യാപ്തം കാണുക.  
ആകെ ഉയരം 25cm  
ആരം 5 cm





### SELF CHECK LIST

ആശയങ്ങൾ		പ്രതികരണങ്ങൾ		
		ഉണ്ട്	ഇല്ല	ഭാഗികം
ബഹുചതുര സ്തുപികകൾ	$l^2 = h^2 = (a/2)^2$			
	$e^2 = l^2 + (a/2)^2$			
	$e^2 = h^2 + (d/2)^2$			
	പാർശ്വതല വിസ്തീർണ്ണം			
	ഉപരിതല വിസ്തീർണ്ണം			
	വ്യാപ്തം			
വൃത്ത സ്തുപികകൾ	സെക്ടറിന്റെ ചാപനീളം			
	സെക്ടറിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം			
	$l^2 = h^2 + r^2$			
	പാദവിസ്തീർണ്ണം $\pi r^2$			
	വക്രമുഖ വിസ്തീർണ്ണം			
	ഉപരിതല വിസ്തീർണ്ണം			
	വ്യാപ്തം			
	വൃത്തസ്തുപികാപീഠത്തിന്റെ അളവുകൾ തമ്മിലുള്ളബന്ധം			
	വൃത്തസ്തുപികാപീഠത്തിന്റെ വ്യാപ്തം			
	ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല വിസ്തീർണ്ണം			
	ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം			
	അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ മുഖങ്ങൾ			
	അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല വിസ്തീർണ്ണം			
	അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം			
	സൂര്യകുരുപ്പങ്ങളിലെ രൂപങ്ങൾ തിരിച്ചറിയൽ			
	അവയുടെ വ്യാപ്തം കാണുക			

## 7. ത്രികോണമിതി

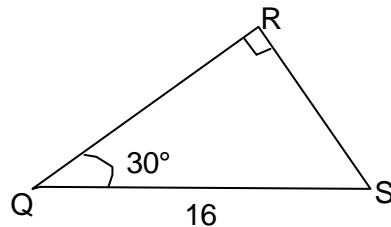
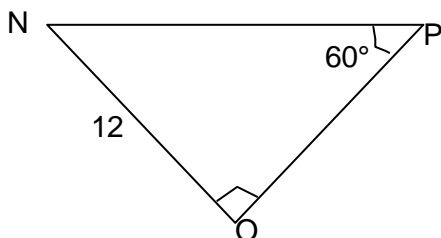
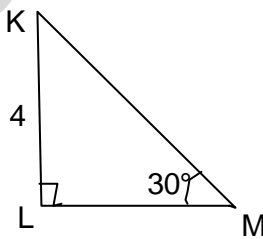
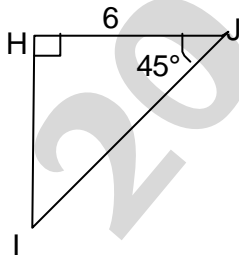
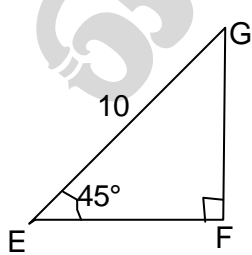
ത്രികോണത്തെ നോക്കിക്കൊണ്ട്,

- ◆  $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  ഇവ അളവുകളായി വരുന്ന മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ  $1:1:\sqrt{2}$  എന്ന അംശബന്ധത്തിലാകുന്നു.
- ◆  $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$  ഇവ അളവുകളായി വരുന്ന മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം  $1:\sqrt{3}:2$
- ◆ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ന്യൂനകോണുകളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി എതിർവശം, സമീപവശം ഇവ എന്തെന്ന് തിരിച്ചറിയുന്നു, എതിർവശം, സമീപവശം, കർണം ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കണ്ടെത്തുന്നു.
- ◆ ഒരു കോണിന്റെ ത്രികോണമിതി വിലകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.
- ◆ ത്രികോണമിതി വിലകൾ ഉപയോഗിച്ച് പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നു.
- ◆ ത്രികോണമിതി വിലകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കണ്ടെത്തുന്നു.

### സെഷൻ 1

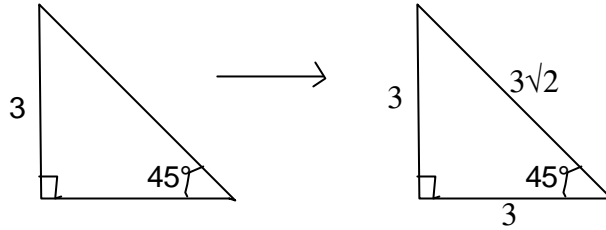
#### പ്രവർത്തനം 1

ചുവടെ വ്യത്യസ്ത മട്ടത്രികോണങ്ങളും അവയുടെ ഓരോ വശത്തിന്റെ നീളവും തന്നിരിക്കുന്നു. മറ്റുവശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ കാണുക.

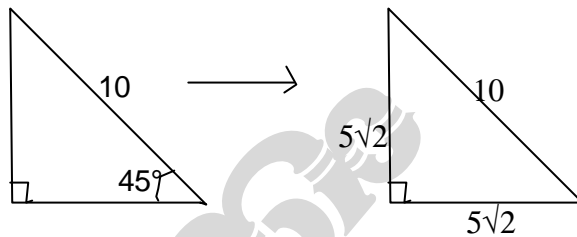


Note :1

45°, 45°, 90° ഇവ അളവുകളായി വരുന്ന ത്രികോണത്തിൽ 45° കോണിന് എതിരെയുള്ള വശത്തിന്റെ  $\sqrt{2}$  മടങ്ങാണ് 90° കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം

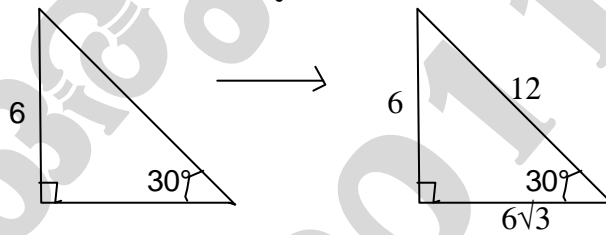


മറിച്ച്, 90° കോണിന് എതിരെയുള്ള വശത്തിന്റെ പകുതിയുടെ  $\sqrt{2}$  മടങ്ങാണ് 45° കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം.



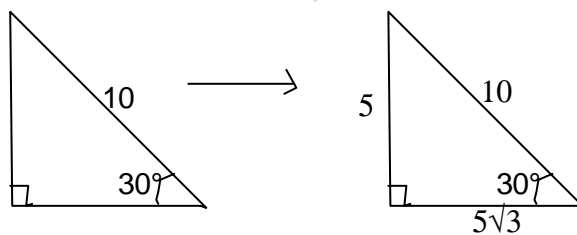
Note :2

30°, 60°, 90° ഇവ അളവുകളായി വരുന്ന ത്രികോണത്തിൽ 30° കോണിന് എതിരെയുള്ള വശത്തിന്റെ 2 മടങ്ങാണ് 90° കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം. അതിന്റെ  $\sqrt{3}$  മടങ്ങാണ് 60° കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം

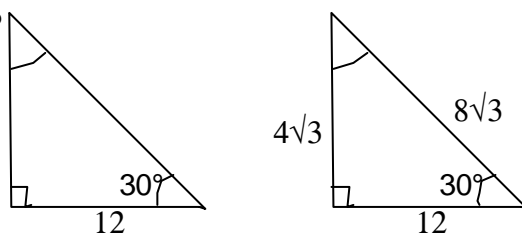


തുടർന്ന്

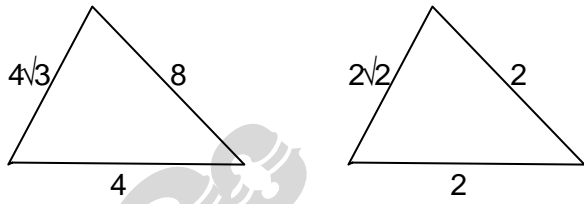
90° കോണിന് എതിരെയുള്ള വശത്തിന്റെ പകുതിയാണ് 30° കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം. ആ പകുതിയുടെ  $\sqrt{3}$  മടങ്ങാണ് 60° കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം



60° കോണിന് എതിരെയുള്ള വശത്തിന്റെ മൂന്നിലൊന്നിന്റെ  $\sqrt{3}$  മടങ്ങാണ് 30° കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം



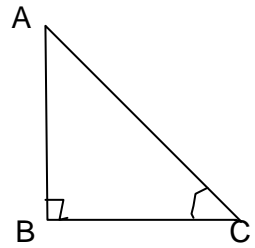
- ◆ പാർശ്വവക്കിന്റെ നീളം 18cm വരുന്ന ഒരു സമചതുര സ്തുപികയുടെ പാർശ്വവക്കും പാദവക്കും തമ്മിലുള്ള കോൺ  $30^\circ$  ആകുന്നു. എങ്കിൽ
  - \* പാദവക്കിന്റെ നീളം എത്ര?
  - \* പാർശ്വോന്നതി എത്ര?
  - \* സ്തുപികയുടെ പാർശ്വമുഖ വിസ്തീർണ്ണം എത്ര?
- ◆ മഹേഷ് തന്റെ email തുറന്നപ്പോൾ മനു അയച്ച mail ശ്രദ്ധിച്ചു. ഉള്ളടക്കം ഇതായിരുന്നു. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന അളവുകൾ വശങ്ങൾ ആയി വരുന്ന ന്യൂനത്രികോണങ്ങൾ നിർമ്മിക്കുവാൻ സാധിക്കുമോ?



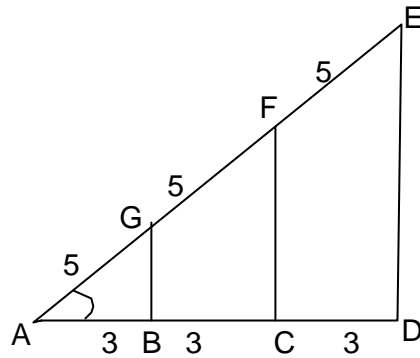
നിങ്ങളുടെ അഭിപ്രായം സാധൂകരിക്കുക.

- ◆ നിരപ്പായ തറയിൽ കുത്തനെ നിൽക്കുന്ന ഒരു പോസ്റ്റിന്റെ അഗ്രം ചുവട്ടിൽ നിന്നും 60 m അകലെ നിൽക്കുന്ന ഒരു കുട്ടി  $60^\circ$  മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. എങ്കിൽ പോസ്റ്റിന്റെ ഉയരം എത്ര?
- ◆ നിരപ്പായ തറയിൽ കുത്തനെ നിൽക്കുന്ന ഒരു പോസ്റ്റിന്റെ മുകളറ്റത്തുനിന്നും ഒരു സ്റ്റേ വയർ തറയിലുള്ള ഒരു കുറ്റിയിലേക്ക് വലിച്ചുകെട്ടിയിരിക്കുന്നു. തറയും Stay wire ഉം തമ്മിൽ നിർണയിക്കുന്ന കോൺ  $60^\circ$ . കുറ്റി പോസ്റ്റിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും 30m അകലെയാണ് എങ്കിൽ
  - a) പോസ്റ്റിന്റെ ഉയരം എത്ര?
  - b) സ്റ്റേ വയറിന്റെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ നീളം എത്ര?

- a) ചിത്രത്തിൽ  $\angle C$  പരിഗണിച്ചാൽ,
  - i)  $\angle C$ യുടെ എതിർവശം ഏത്?
  - ii)  $\angle C$ യുടെ സമീപവശം ഏത്?
  - iii)  $\angle A$  യെ ആധാരമാക്കി എതിർവശവും സമീപവും കാണുക?



b) ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രം നോക്കി പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക.



	$\Delta ABG$	$\Delta ACF$	$\Delta ADE$
$\frac{\angle A \text{ യുടെ എതിർവശം}}{\text{കർണം}}$		$\frac{6}{10}$	
$\frac{\angle A \text{ യുടെ സമീപവശം}}{\text{കർണം}}$			
$\frac{\angle A \text{ യുടെ എതിർവശം}}{\angle A \text{ യുടെ സമീപവശം}}$			
$\frac{\text{കർണം}}{\angle A \text{ യുടെ എതിർവശം}}$			
$\frac{\text{കർണം}}{\angle A \text{ യുടെ സമീപവശം}}$			
$\frac{\angle A \text{ യുടെ സമീപവശം}}{\angle A \text{ യുടെ എതിർവശം}}$			

(തുടർന്ന് sine, cosine, tangent ഇവ പരിചയപ്പെടുത്താം)

- നിരപ്പായ തറയിൽ കുത്തനെ നിൽക്കുന്ന ഒരു മരത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും 30m അകലെ നിൽക്കുന്ന കുട്ടി മരത്തിന്റെ അഗ്രം  $42^\circ$  മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. മരത്തിന്റെ ഉയരമെത്ര?
- ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവ പൂർത്തീകരിക്കുക.

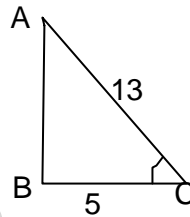
$$\begin{aligned} \cos^2 A - \cot^2 A &= \text{-----} \\ 1 - \cos^2 A &= \text{-----} \\ \sec^2 A - 1 &= \text{-----} \\ \frac{\sin A}{\cos A} &= \text{-----} \\ \sin A \cdot \operatorname{cosec} A &= \text{-----} \end{aligned}$$

## മൂല്യനിർണ്ണയ പ്രവർത്തനങ്ങൾ - ത്രികോണമിതി

സമയം : 30 മിനിറ്റ്

സ്കോർ : 15

1. ചിത്രത്തിൽ ABC ഒരു മട്ടത്രികോണം ആകുന്നു.  $\angle C$ യെ ആധാരമാക്കി എല്ലാ ത്രികോണമിതി വിലകളും കാണുക. 2



2. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവ പൂരിപ്പിക്കുക

$\sin A \cdot \operatorname{cosec} A = \text{-----}$

$\sec^2 A - \tan^2 A = \text{-----}$

$\sin^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ = \text{-----}$

$\operatorname{cosec}^2 30^\circ - \cot^2 30^\circ = \text{-----}$

$\tan A \cdot \cot A = \text{-----}$

$\cos A \cdot \sec A = \text{-----}$  3

3. മനു തന്റെ email തുറന്നപ്പോൾ മഹേഷ് അയച്ച mail ശ്രദ്ധിച്ചു ഉള്ളടക്കം നോക്കുന്നതിനിടയിൽ  $\sin^2 x = \sin(x^2)$  എന്ന് എഴുതിയിരിക്കുന്നതായി കണ്ടു. ഇത് ശരിയാണോ? നിങ്ങളുടെ അഭിപ്രായം സാധൂകരിക്കുക. 3

4.  $\Delta PQR$  ൽ  $PQ = 15\text{cm}$   $PR = 10\text{cm}$   $\angle P = 40^\circ$  ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക? 2

5. നിരപ്പായ തറയിൽ കുത്തനെ നിൽക്കുന്ന ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും 24 m അകലെ നിൽക്കുന്ന ഒരു കുട്ടി കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം  $60^\circ$  മേൽകോണിൽ കാണുന്നു.

a) കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരമെത്ര? 2

b) കുട്ടി കുറച്ചുകൂടി പുറകോട്ട് നീങ്ങിയപ്പോൾ കെട്ടിടത്തിന്റെ അഗ്രം  $30^\circ$  മേൽകോണിൽകണ്ടു എങ്കിൽ കുട്ടി എത്ര ദൂരം പുറകോട്ടു നടന്നു. 3

**SELF CHECK LIST**

ആശയം	പ്രതികരണം		
	ഉണ്ട്	ഇല്ല	ഭാഗികം
സമപാർശ്വ മട്ടത്രികോണം എന്ന ആശയം			
സമപാർശ്വമട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$			
$45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ ഇവ അളവുകളായി വരുന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ $1 : 1 : \sqrt{2}$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്.			
മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ന്യൂനകോണുകളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി എതിർവശം, സമീപവശം ഇവ എന്തെന്ന് തിരിച്ചറിയുന്നു.			
$30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ ഇവ അളവുകളായി വരുന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ $1 : \sqrt{3} : 2$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്.			
$30^\circ, 60^\circ, 90^\circ ; 45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ ഇവ അളവുകളായി വരുന്ന ത്രികോണങ്ങളുടെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധത്തിൽ നിന്നും പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം കണ്ടെത്താൻ സാധിക്കുന്നു.			
sine, cosine, tangent എന്നിവയുടെ അർത്ഥം			
പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യാൻ സാധിക്കുന്നു			

## 8. നിർദ്ദേശാങ്ക ജ്യാമിതി

### x - y അക്ഷങ്ങളിലൂടെ

- ◆  $xx'$  എന്ന രേഖ  $x$  അക്ഷം
- ◆  $yy'$  എന്ന രേഖ  $y$  അക്ഷം
- ◆ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ നിർദ്ദേശാങ്കം  $(x, y)$  ആയി സൂചിപ്പിക്കുന്നു.
- ◆  $x$  അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ രേഖയിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ  $y$  നിർദ്ദേശാങ്കം തുല്യം ആയിരിക്കും.
- ◆  $y$  അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ രേഖയിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ  $x$  നിർദ്ദേശാങ്കം തുല്യം ആയിരിക്കും.
- ◆  $x$  അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ  $y$  നിർദ്ദേശാങ്കം 0 ആയിരിക്കും
- ◆  $y$  അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ  $x$  നിർദ്ദേശാങ്കം 0 ആയിരിക്കും
- ◆  $x$  അക്ഷത്തിലേയും,  $x$  അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ രേഖകളിലേയും ഏത് രണ്ട് ബിന്ദുക്കളും തമ്മിലുള്ള അകലം  $|x_1 - x_2|$  ആയിരിക്കും.
- ◆  $y$  അക്ഷത്തിലേയും,  $y$  അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ രേഖകളിലേയും ഏത് രണ്ട് ബിന്ദുക്കളും തമ്മിലുള്ള അകലം  $|y_1 - y_2|$  ആയിരിക്കും.
- ◆  $(x_1, y_1)$   $(x_2, y_2)$  എന്നീ 2 ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം.

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

### ചില സൂചനകൾ

- ◆ 4 ബിന്ദുക്കൾ സൂചിപ്പിക്കുന്നത് ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങളാണോ എന്ന് തെളിയിക്കാൻ വശങ്ങൾ തുല്യം, വികർണങ്ങൾ തുല്യം ഇവ തെളിയിക്കണം.
- ◆ ചതുരമാണെന്ന് തെളിയിക്കാൻ എതിർവശങ്ങൾ തുല്യം, വികർണ്ണങ്ങൾ തുല്യം ഇവ തെളിയിക്കണം.
- ◆ സമാന്തരികം എന്ന് തെളിയിക്കാൻ ഒരു ജോടി എതിർവശങ്ങൾ തുല്യം എന്ന് തെളിയിച്ചാൽ മതി.
- ◆ സമഭുജ സാമാന്തരികം എന്ന് തെളിയിക്കാൻ 4 വശങ്ങൾ തുല്യം എന്ന് തെളിയിച്ചാൽ മതി.

### പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- ◆ താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളെ  $x$  അക്ഷം,  $y$  അക്ഷം ഇവ വരച്ച് അടയാളപ്പെടുത്തുക.
 

• (2, 3)	• (4, 3)	• (-2, 5)	• (-3, 4)	• (-3, 4)	• (-2, -3)
• (3, 3)	• (3, 2)	• (-4, 1)	• (-3, 0)	• (-1, -3)	• (-3, -1)
• (0, 3)	• (4, -1)	• (3, 0)	• (2, -3)	• (-1, 4)	• (-2, 3)
• (0, -2)	• (-3, 0)	• (3, -2)	• (1, -3)	• (0, -3)	• (3, -1)



- ♦ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണ്ടുപിടിക്കുക.

പട്ടിക 1	പട്ടിക 2
(5, 0), (2,0)	(0, 7), (0, -1)
(3, 0), (-2,0)	(0, 4), (0, -5)
(2, 3), (3, -5)	(3, 4), (5, 2)
(-2, 1), (4,-3)	(0, 0), (3, 5)
(0, 4), (2,6)	(5, 0), (3, 4)
(2, 0), (5,2)	(3, 4), (-2, -1)

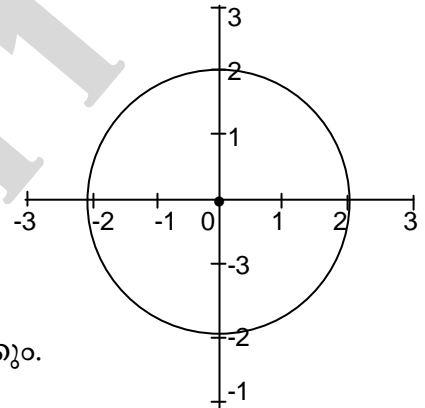
- ♦ താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളെ x അക്ഷം y അക്ഷം ഇവ വരച്ച് അടയാളപ്പെടുത്തുക. ഈ ബിന്ദുക്കൾ ക്രമമായി യോജിപ്പിച്ച് കിട്ടുന്ന രൂപങ്ങളുടെ പേരെഴുതുക. അവയുടെ ചുറ്റളവ് കാണുക.

(1, 1) (4,1) (1, 3) (4, 3)  
 (2, 2) (-2,2) (-2, -2) (2, -2)  
 (-1, 1) (-6,1) (-6, 4) (-1, 4)  
 (2, -3) (4, -3) (2, -1) (4, -1)

- ♦ ചിത്രത്തിൽ വൃത്തം x അക്ഷത്തേയും y അക്ഷത്തേയും ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങൾ എഴുതുക.

ഈ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര? ഇതിന്റെ ചുറ്റളവ് കാണുക?

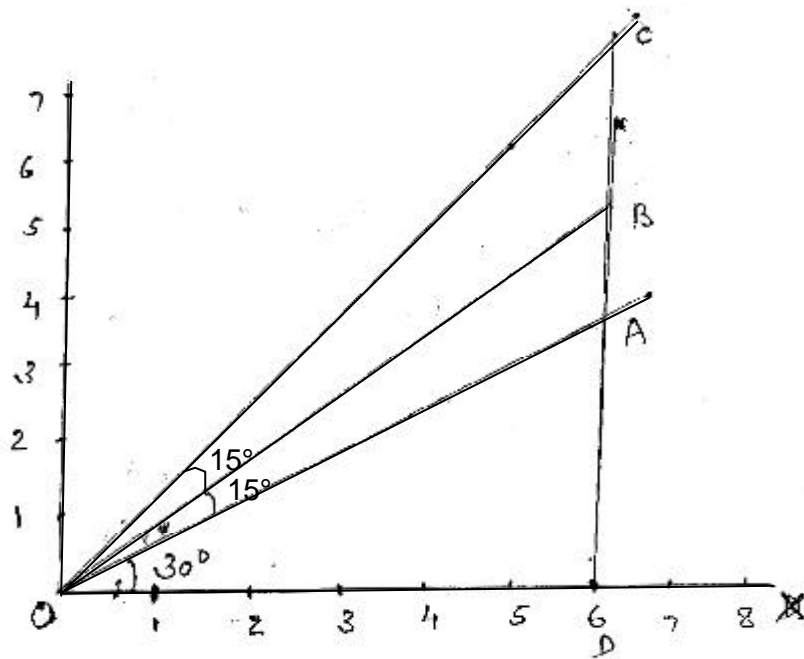
കേന്ദ്രം മാറാതെ ആരം ഇരട്ടിയാക്കിയാക്കിൽ വൃത്തം x അക്ഷത്തേയും y അക്ഷത്തേയും ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ ഏതൊക്കെ ആയിരിക്കും.



- ♦ (3, 4) (-3, -4) ഇവ ഒരു രേഖയുടെ അഗ്രബിന്ദുക്കളാണ്. ഈ രേഖയുടെ നീളം കാണുക. ആധാര ബിന്ദു (0, 0) ഈ രേഖയുടെ മധ്യബിന്ദു ആകുമോ? (സൂചന : ഈ ബിന്ദുക്കൾ ആധാര ബിന്ദുവുമായു് ഉള്ള അകലം കാണുക).
- ♦ (0, 0), (3, 4) (5, 0) ഇവ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ശീർഷകങ്ങൾ ആണ്. ഇത് ഒരു സമപാർശ്വ ത്രികോണമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. ഇതിന്റെ ചുറ്റളവ് കാണുക.
- ♦ ഒരു ചതുരത്തിന്റെ 3 ശീർഷകങ്ങൾ (1, -1) (1, -3) (5, -1) ഇവയാണ്. നാലാമത്തെ ശീർഷകത്തിന്റെ നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങൾ കാണുക. ഇതിന്റെ വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളമെന്ത്? ചുറ്റളവെന്ത്?
- ♦ (12, 9) (12, 0) (0, 0) ഇവ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ശീർഷകങ്ങളാണ്. ഇതിന്റെ

വശങ്ങളുടെ നീളം കാണുക. ഇത് ഏത് തരം ത്രികോണമാണ് ഇതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം എത്ര?

- ◆ ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ 3 ശീർഷങ്ങൾ (1, 1) (4, 1) (2, 4) ആണെങ്കിൽ ഇതിന്റെ നാലാമത്തെ ശീർഷത്തിന്റെ നിർദ്ദേശങ്ങൾ കാണുക. ഇതിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം കാണുക. ഈ സാമാന്തരികത്തിന്റെ പ്രത്യേകത എന്ത്? ഇതിന്റെ വികർണ്ണങ്ങളുടെ നീളം കാണുക.
- ◆ ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ 4 ശീർഷങ്ങൾ (1, 4) (5, 4), (1, 2) (5, 2) എന്നിവയാണ് ഇത് ഒരു ചതുരമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.
- ◆ ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങൾ (1, -2) (4, -2), (1, 1) (4, 1) ആണെങ്കിൽ ഇത് ഒരു സമചതുരം ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക.
- ◆ A(3, 1), B (4, 3), C (5, 5) ഇവ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങൾ ആണോ? എന്തുകൊണ്ട്? ഇവ ഒരു രേഖയിലെ ബിന്ദുക്കൾ ആണോ? എന്തുകൊണ്ട്? (സൂചന :  $AB + BC = AC$  ആയാൽ രേഖ)



ചിത്രത്തിൽ  $\angle AOX = 30^\circ$ ,  $\angle BOA = 15^\circ$ ,  $\angle COB = 15^\circ$  A യുടെ x നിർദ്ദേശാങ്കം 6 ആയാൽ AD, AB, BC ഇവകാണുക.

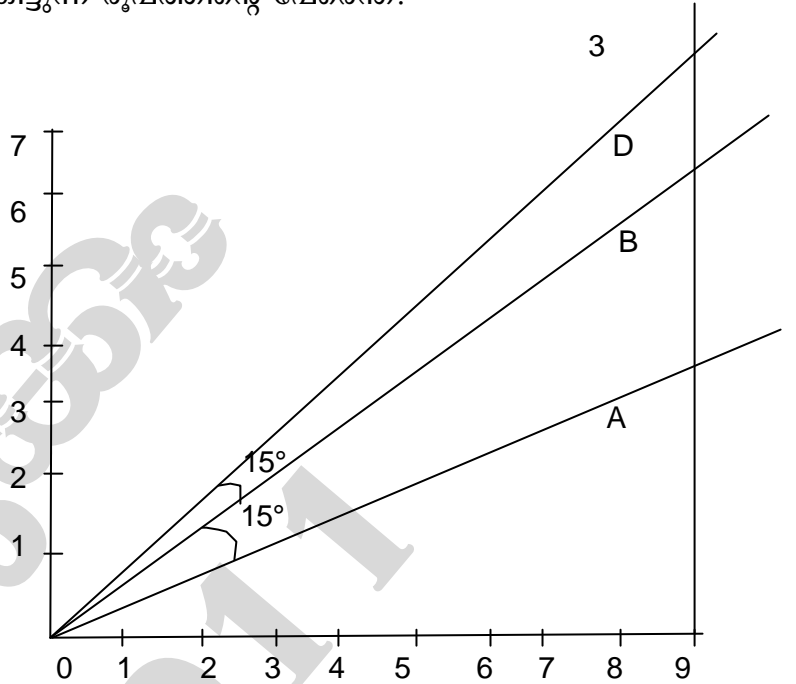
## നിർദ്ദേശാങ്ക ജ്യാമിതി - മൂല്യനിർണ്ണയം

സമയം : 45 മിനിറ്റ്

സ്കോർ : 20

1.  $(-3, 2)$   $(0, 2)$   $(-3, 2)$ ,  $(0, -2)$  ഈ ബിന്ദുക്കൾ ചിത്രം വരച്ച് അടയാളപ്പെടുത്തുക. ഇവ ക്രമമായി യോജിപ്പിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന രൂപത്തിന്റെ പേരെന്ത്? ഇതിന്റെ ചുറ്റളവ് കാണുക.

2. ചിത്രത്തിൽ
- $\angle AOD = 30^\circ$   
 $\angle AOB = 15^\circ$   
 $\angle BOC = 15^\circ$
- A യുടെ നിർദ്ദേശാങ്കം  
 9 ആയാൽ  
 AD, AB, BC  
 ഇവയുടെ നീളം കാണുക



3.  $(1, -1)$   $(4, -1)$ ,  $(1, -3)$ ,  $(4, -3)$  ഈ ബിന്ദുക്കൾ ഒരു ചതുരത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങൾ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക.
4.  $A(1, 2)$ ,  $B(3, 4)$ ,  $C(5, 6)$  ഈ ബിന്ദുക്കൾ ഒരു രേഖയിലെ ബിന്ദുക്കൾ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

**SELF CHECK LIST**

ആശയം	പ്രതികരണം		
	ഉണ്ട്	ഇല്ല	ഭാഗികമായി
x അക്ഷരം y അക്ഷരം വരച്ച് അടയാളപ്പെടുത്താൻ			
ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്താൻ			
ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ച് രൂപങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കി തിരിച്ചറിയാൻ			
x അക്ഷരത്തിലേയും y അക്ഷരത്തിലേയും ബിന്ദുക്കൾ തിരിച്ചറിയാൻ			
x അക്ഷരത്തിന് സമാന്തരമായ രേഖകളിലേയും y അക്ഷരത്തിന് സമാന്തരമായ രേഖകളിലേയും ബിന്ദുക്കൾ തിരിച്ചറിയാൻ			
x അക്ഷരത്തിലെ 2 ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം			
y അക്ഷരത്തിലെ 2 ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം			
2 വ്യത്യസ്ത ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുന്നതിന്			
ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണ്ടെത്തി രൂപങ്ങളുടെ പ്രത്യേകതകൾ കണ്ടെത്തുന്നതിന്			

# 9. സ്റ്റാറ്റിസ്റ്റിക്സ്

## ഈ അദ്ധ്യായത്തിലൂടെ

- ♦ മാധ്യം എന്ന ആശയം
- ♦ 
$$\text{മാധ്യം} = \frac{\text{പ്രാപ്താങ്കങ്ങളുടെ തുക}}{\text{പ്രാപ്താങ്കങ്ങളുടെ എണ്ണം}}$$
- ♦ ഒരു സെറ്റ് പ്രാപ്താങ്കങ്ങളുടെ മാധ്യം കാണുക.
- ♦ ആവൃത്തിപ്പട്ടികയിൽ നിന്നും മാധ്യം കാണുക.

### പ്രവർത്തനം 1

ടീച്ചർ കുറെ മുത്തുകൾ ക്ലാസ്സിൽ കൊണ്ടുവന്ന് 10 കുട്ടികൾക്കായി വിതരണം ചെയ്യുന്നു. തുല്യമായിട്ടല്ല നൽകുന്നത്. ഓരോരുത്തർക്കും കിട്ടിയ മുത്തുകൾ എണ്ണി നോക്കാൻ ആവശ്യപ്പെടുന്നു. എണ്ണം ബോർഡിൽ എഴുതുക.

ഉദാഹരണമായി,

6, 5, 5, 6, 4, 3, 5, 6, 4, 6

ഞാൻ വിതരണം ചെയ്ത മുത്തുകൾ തുല്യമായി ഓരോരുത്തർക്കും കിട്ടണം. അതിന് എന്തു ചെയ്യണം?

(ആകെ എത്ര മുത്തുകൾ ഉണ്ട് എന്നറിയണം?)

ഇവിടെ ആകെ എത്ര മുത്തുകൾ ഉണ്ട്? (50)

എത്ര കുട്ടികൾക്കാണ് നൽകിയത്? (10)

അപ്പോൾ തുല്യമായി വീതിച്ചാൽ ഒരു കുട്ടിക്ക് എത്ര വീതം കിട്ടും?  $(50/10 = 5)$

തുല്യമായി വീതിച്ചാൽ ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര കിട്ടുന്നു എന്ന സൂചക സംഖ്യയെ ശരാശരി (Average) എന്നു പറയുന്നു.

ശരാശരികൾ പലതുണ്ട്. ഇപ്പോൾ കണ്ടുപിടിച്ച സംഖ്യയെ മാധ്യം (Arithmetic Mean) എന്നു പറയുന്നു. തുടങ്ങിയ കാര്യങ്ങൾ കുട്ടികളുമായി ചർച്ചചെയ്യാം.

- ♦ ഒരു ഏകദിന ക്രിക്കറ്റ് പരമ്പരയിലെ അഞ്ച് മാച്ചുകളിൽ ഒരു ബാറ്റ്സ്മാൻ നേടിയ റൺസ്

41      80      112      86      21

എന്നിവയാണ്. ഈ പരമ്പരയിൽ അയാളുടെ പ്രകടനത്തെ വിലയിരുത്തുന്ന ഒരു സൂചക സംഖ്യ കണ്ടെത്താം. കുട്ടികളുമായി ചർച്ച ചെയ്ത് മാധ്യം കണ്ടുപിടിക്കാം. ഇവിടെ കിട്ടിയ 68 എന്ന ശരാശരിയെ മാധ്യം എന്നു വിളിക്കുന്നു.

♦ ശരാശരിയുടെ ആവശ്യകതയെ കുറിച്ച് കുട്ടികളെ ബോധവാന്മാരാക്കാം.  
 ഒരു ക്ലാസ്സിൽ A, B എന്ന് രണ്ട് ഡിവിഷൻ ഉണ്ട്. A യിൽ 32 കുട്ടികളും B യിൽ 40 കുട്ടികളും ഉണ്ട്. അവർക്ക് ഒരു കണക്കുപരീക്ഷയിൽ കിട്ടിയ മാർക്കുകൾ തന്നാൽ ഏത് ക്ലാസ്സിലെ കുട്ടികളാണ് മെച്ചം എന്ന് അറിയാൻ എന്തുചെയ്യണം? ചർച്ചചെയ്യാം.  
 (രണ്ട് ക്ലാസ്സിലേയും ആകെ മാർക്കുകൾ കൂടി നോക്കിയിട്ട് താരതമ്യം ചെയ്യാമെന്നു വെച്ചാൽ അതിന് ഒരു ദൃഷ്ട്യമുണ്ട്. രണ്ട് ക്ലാസ്സിലേയും കുട്ടികളുടെ എണ്ണം ഒരു പോലെ അല്ല. സ്വാഭാവികമായും കൂടുതൽ കുട്ടികളുള്ള ക്ലാസ്സിലെ ആകെ മാർക്ക് കൂടുതലായിരിക്കും. അതിനാൽ താരതമ്യത്തിന് ഉപകരിക്കുന്ന ഒരു സൂചക സംഖ്യ ആവശ്യമാണ് എന്ന തിരിച്ചറിവ് കുട്ടികളിൽ ഉണ്ടാക്കണം.

♦ മാധ്യം കാണുക  
 42 43 40 47 43 45 48 43 43 46

♦ 21 മുതൽ 33 വരെയുള്ള ഒറ്റ സംഖ്യകളുടെ മാധ്യം കാണുക.

♦ ഗോപാലൻ ഒരു ക്ഷീരകർഷകനാണ്. അയാൾ ഒരാഴ്ചയിൽ വിൽക്കുന്ന പാലിന്റെ അളവ് ലിറ്ററിൽ താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

14 15 14 16 17 15 14

ഒരു ലിറ്റർ പാലിന്റെ വില 18 രൂപ ആയാൽ അയാളുടെ ഒരു ദിവസത്തെ ശരാശരി വരുമാനം എത്ര?

♦ 10 കുട്ടികളുടെ മാർക്കുകൾ താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

2 5 3 8 0 9 x 6 1 8

മാർക്കുകളുടെ മാധ്യം 5 ആയാൽ x ന്റെ വില എന്ത്?

♦ 20 സംഖ്യകളുടെ മാധ്യം 45 ആണ്. മാധ്യം കാണുമ്പോൾ 45 എന്ന സംഖ്യയ്ക്കു പകരം 54 ആണ് എടുത്ത് എഴുതിയത്. എങ്കിൽ യഥാർത്ഥ മാധ്യം എത്രയാണ്?

♦ 9-ാം class A ഡിവിഷനിലെ 35 കുട്ടികൾക്ക് കണക്കിന് കിട്ടിയ മാർക്കുകളുടെ മാധ്യം 22 ആണ്. B ഡിവിഷനിലെ 40 കുട്ടികൾക്ക് കിട്ടിയ മാർക്കിന്റെ മാധ്യം 25 ആണ്. രണ്ട് ഡിവിഷനിലും കൂടി ആകെ കുട്ടികളുടെ മാർക്കിന്റെ മാധ്യം എത്ര?

**Work Sheet - 1**

- 1) 11 മുതൽ 19 വരെയുള്ള എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ മാധ്യം കാണുക.
- 2) 12 പ്രാപ്താങ്കങ്ങളുടെ മാധ്യം 8 ആയാൽ പ്രാപ്താങ്കങ്ങളുടെ തുക എത്രയാണ്?
- 3) 15, 15, 23, 24, x എന്നിവയുടെ മാധ്യം 22 ആയാൽ x ന്റെ വില എന്ത്?
- 4) 8 കുട്ടികളുടെ മാർക്കുകളുടെ മാധ്യം 78 ആകുന്നു. അവരുടെ മാർക്കുകൾ.

77 74 72 78 ■ 85 82 75

ഒരു മാർക്ക് വ്യക്തമല്ല. അത് കണ്ടുപിടിക്കുക.

- 5) 10 പ്രാപ്താകങ്ങളുടെ ഒരു കുട്ടത്തിന്റെ മാധ്യം 15 ആണ്. 5 പ്രാപ്താകങ്ങളുടെ മറ്റൊരു കുട്ടത്തിന്റെ മാധ്യം 25 ആണ്. ഇവ രണ്ടും ചേരുന്ന ഒരു കുട്ടത്തിന്റെ മാധ്യം എത്രയാണ്?
- 6) ഒരു ക്ലാസ്സിൽ 40 കുട്ടികൾ ഉണ്ട്. അതിൽ 25 പെൺകുട്ടികളും ബാക്കി ആൺകുട്ടികളുമാണ്.  
 ക്ലാസ്സിലെ കുട്ടികളുടെ മാർക്കിന്റെ മാധ്യം 68.  
 പെൺകുട്ടികളുടെ മാർക്കിന്റെ മാധ്യം 72  
 എങ്കിൽ ആൺകുട്ടികളുടെ മാർക്കിന്റെ മാധ്യം എത്ര?
- 7) ഒരു വീട്ടിലെ അംഗങ്ങളുടെ വയസ്സ്  
 71    67    31    25    28    24  
 എന്നിവയാണ്. അവരുടെ വയസ്സുകളുടെ മാധ്യം എന്താണ്? 2 വർഷം മുമ്പ് അവരുടെ വയസ്സുകളുടെ മാധ്യം എന്തായിരുന്നു? 5 വർഷം കഴിയുമ്പോൾ അവരുടെ വയസ്സുകളുടെ മാധ്യം എന്തായിരിക്കും?

**പ്രവർത്തനം -2**

ആവൃത്തി പട്ടികയിൽ നിന്നും മാധ്യം കാണുക.

- പത്താം ക്ലാസ്സ് A ഡിവിഷനിലെ 25 കുട്ടികളുടെ മാർക്കുകൾ ആവൃത്തിപ്പട്ടികയായി തന്നിരിക്കുന്നു. മാധ്യം കണക്കാക്കുക.

മാർക്ക്	10	20	30	40	50	60	70	80
കുട്ടികളുടെ എണ്ണം	1	3	3	6	7	3	1	1

- ഒരു ജില്ലയിൽ ഒരു മാസം ലഭിച്ച മഴയുടെ അളവ് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. ഒരു ദിവസം ലഭിച്ച ശരാശരി മഴയുടെ അളവ് കാണുക.

മഴയുടെ അളവ് (മി.മി)	46	41	45	43	56	54	58
ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം	4	4	3	7	3	4	5

**പ്രവർത്തനം -3**

ക്ലാസ് പരിധികൾ ഉൾപ്പെടുന്ന ആവൃത്തി പട്ടികയിൽ നിന്നും മാധ്യം കാണുക.

- പത്താം ക്ലാസ്സ് B ഡിവിഷനിലെ 50 കുട്ടികളുടെ മാർക്ക് ആവൃത്തിപ്പട്ടികയായി തന്നിരിക്കുന്നു. മാർക്കുകളുടെ മാധ്യം കണക്കാക്കുക.

മാർക്ക്	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
കുട്ടികളുടെ എണ്ണം	1	2	5	10	14	11	4	3

- ഒരു സംഘടനയിലെ അംഗങ്ങളുടെ പ്രായം ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. മാധ്യം കാണുക

വയസ്സ്	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55
അംഗങ്ങളുടെ എണ്ണം	10	15	20	9	4	2

**Work sheet - 2**

- ഒരു ക്ലാസ്സിലെ 20 കുട്ടികൾ നൽകിയ സംഭാവന പട്ടികയായി തന്നിരിക്കുന്നു. മാധ്യം കാണുക

സംഭാവന	10	14	15	18	20	25
കുട്ടികളുടെ എണ്ണം	3	2	8	2	3	2

- ഒരു പ്രദേശത്തെ 15 ദിവസത്തെ താപനില പട്ടികയായി ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. ശരാശരി താപനില കണക്കാക്കുക.

താപനില (ഡിഗ്രി സെൽഷ്യസ്)	22	23	21	24	25
ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം	3	5	2	3	2

**Work sheet - 3**

- ഒരു കോളനിയിലെ 80 കുടുംബങ്ങളുടെ പ്രതിമാസ വരുമാനം ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. മാധ്യം കാണുക

വരുമാനം (രൂപ)	2000-3000	3000-4000	4000-5000	5000-6000	6000-7000
കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം	11	14	25	16	14

- 9-ാം ക്ലാസ്സിലെ സി ഡിവിഷനിലെ കുട്ടികളുടെ ഉയരം തന്നിരിക്കുന്നു. ശരാശരി ഉയരം കണക്കാക്കുക.

ഉയരം (സെ.മീ)	120-125	125-130	130-135	135-140	140-45	145-150	150-155
കുട്ടികളുടെ എണ്ണം	3	6	5	12	17	4	3



3) അർദ്ധവാർഷിക പരീക്ഷയിൽ കണക്കിന് രണ്ട് ഡിവിഷനുകളിൽ കിട്ടിയ സ്കോർ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. മാധ്യം കണ്ട് താരതമ്യം ചെയ്യുക.

സ്കോർ	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം	
	ഡിവിഷൻ A	ഡിവിഷൻ B
0 - 10	1	2
10 - 20	2	3
20 - 30	4	5
30 - 40	9	11
40 - 50	15	12
50 - 60	10	8
60 - 70	6	4
70 - 80	3	5

ഒരുക്കം 2011

# സ്റ്റാറ്റിസ്റ്റിക്സ് - മൂല്യനിർണ്ണയം

സമയം : 45 മിനിറ്റ്

സ്കോർ : 20

1. മാധ്യം കാണുക  
 54 59 73 50 49 63 53 45 58 2

2. മാധ്യം കാണുക
- |                   |    |    |    |    |    |    |    |
|-------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| വയസ്സ്            | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| കുട്ടികളുടെ എണ്ണം | 4  | 5  | 5  | 7  | 4  | 3  | 2  |
- 5

3. 8 കുട്ടികളുടെ ഉയരം (സെ.മീ) ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. 3  
 160, 154, 162, 148, 170, 152, 162, x  
 അവരുടെ ശരാശരി ഉയരം 158 സെ.മീ. ആയാൽ x ന്റെ വില എന്ത്?

- 4) മാധ്യം കാണുക
- | പ്രാപ്താങ്കങ്ങൾ | ആവൃത്തി |
|-----------------|---------|
| 50 - 55         | 5       |
| 55 - 60         | 7       |
| 60 - 65         | 6       |
| 65 - 70         | 20      |
| 70 - 75         | 8       |
| 75 - 80         | 4       |
- 5

- 5) ഒരു ഓട്ടോറിക്ഷാ തൊഴിലാളിക്ക് 30 ദിവസം കിട്ടിയ വരുമാനം ചുവടെ ചേർക്കുന്നു. അയാളുടെ ഒരു ദിവസത്തെ ശരാശരി വരുമാനം എത്ര?
- |                   |         |         |         |          |         |
|-------------------|---------|---------|---------|----------|---------|
| വരുമാനം (രൂപ)     | 120-150 | 150-180 | 180-210 | 210 -240 | 240-270 |
| ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം | 3       | 5       | 7       | 9        | 6       |

5

**SELF CHECK LIST**

ആശയങ്ങൾ	പ്രതികരണങ്ങൾ		
	ഉണ്ട്	ഇല്ല	ഭാഗികം
മാധ്യം എന്ന ആശയം			
മാധ്യം കാണുന്ന വിധം			
ശരാശരിയുടെ ആവശ്യകത			
പ്രാപ്താങ്കങ്ങളുടെ എണ്ണം, മാധ്യം എന്നിവ തന്നാൽ ആകെ തുക			
മാധ്യവും പ്രാപ്താങ്കങ്ങളും തന്നാൽ വിട്ടുപോയ പ്രാപ്താങ്കം കണ്ടുപിടിക്കൽ			
രണ്ട് കുട്ടങ്ങൾ ഒന്നിച്ച് ചേർത്താൽ മാധ്യം കാണുന്ന വിധം			
ആവൃത്തിപ്പട്ടികയിൽ നിന്നും മാധ്യം കാണുന്ന വിധം			
ക്ലാസ്സ് പരിധികളോടുകൂടിയ ആവൃത്തിപ്പട്ടികയിൽ നിന്നും മാധ്യം കാണുന്ന വിധം			

## 10. പോളിനോമിയലുകൾ

### ആശയങ്ങൾ

- 1)  $P(x)$  എന്ന പോളിനോമിയലിനെ  $(x-a)$  കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ഹരണഫലം  $q(x)$  ഉം ശിഷ്ടം  $r$  ഉം ആയാൽ  

$$P(x) = (x - a) q(x) + r$$
 എന്ന് എഴുതാം.
2.  $P(x)$  എന്ന പോളിനോമിയലിനെ  $(x-a)$  കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം  $P(a)$  ആണ്.
3.  $P(x)$  എന്ന പോളിനോമിയലിനെ  $(ax+b)$  കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം  $P(-b/a)$  ആയിരിക്കും.
4.  $P(a) = 0$  ഉം ആയാൽ  $(x-a)$ ,  $P(x)$  ന്റെ ഒരു ഘടകമായിരിക്കും

### പ്രവർത്തനങ്ങൾ

1.  $x^2 - 2x + 3$  നെ  $(x - 1)$  കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന ശിഷ്ടം കാണുക.
2.  $P(x) = (x+2)(x^2 - 6x + 8) + 5$ . ഇതിനെ  $(x + 2)$  കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള ശിഷ്ടം എത്ര?  $(x-3)$  കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള ശിഷ്ടം എത്ര?
3.  $P(x) = 2x^2 + 16x^2 - 19x + k$ ,  $(x-1)$  ഈ പോളിനോമിയലിന്റെ ഘടകം? ആണെങ്കിൽ  $k$  യുടെ വില എന്ത്?
4.  $x^2 - ax^2 - bx + 4$  എന്ന പോളിനോമിയലിന്റെ ഘടകങ്ങളാണ്  $(x - 1)$ ,  $(x - 2)$  എങ്കിൽ  $a, b$  ഇവയുടെ വില കാണുക.
5.  $P(x)$  എന്ന പോളിനോമിയലിനെ  $(x-3)$  കൊണ്ട് ഹരിച്ചപ്പോൾ  $x^2 - 5x + 8$  ഹരണഫലവും 5 ശിഷ്ടവും കിട്ടി എങ്കിൽ  

$$p(x) = ( \text{-----} ) ( \text{-----} ) + \text{-----}$$
 ഈ പോളിനോമിയലിന്റെ ഘടകമാണോ  $(x - 2)$  എന്ന് പരിശോധിക്കുക.
6.  $P(x) = x^3 - 8x^2 + 6x - 10$  എന്ന പോളിനോമിയലിനെ  $(2x + 1)$  കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള ശിഷ്ടം എന്ത്?
7.  $(x-2)(x+4)(x+2)$  എന്ന പോളിനോമിയലിന്റെ ഘടകമാണോ?  $x^2 - 4$  സമർത്ഥിക്കുക.
8. പൂർണ്ണമായി ഘടകക്രിയ ചെയ്യുക.  
 $x^3 - 3x^2 - 10x + 24$
9.  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$  നെ ഒന്നാം കൃതിയിലുള്ള മൂന്ന് പോളിനോമിയലുകളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

ഒരുക്കം  
2011